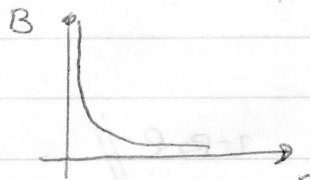


+ puedo expresar la energía pero no su valor
 + a medida que me acerco al cable, B es ∞ ; $\nabla \cdot \vec{E} = \rho$ un cable infinitesimalmente fino en la vida real.



$$\left. \begin{aligned} \oint_S \vec{E} d\vec{s} &= \frac{qn}{\epsilon_0} \iff \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \oint_C \vec{E} d\vec{e} &= 0 \iff \nabla \times \vec{E} = 0 \end{aligned} \right\} \text{Le origina un foco}$$

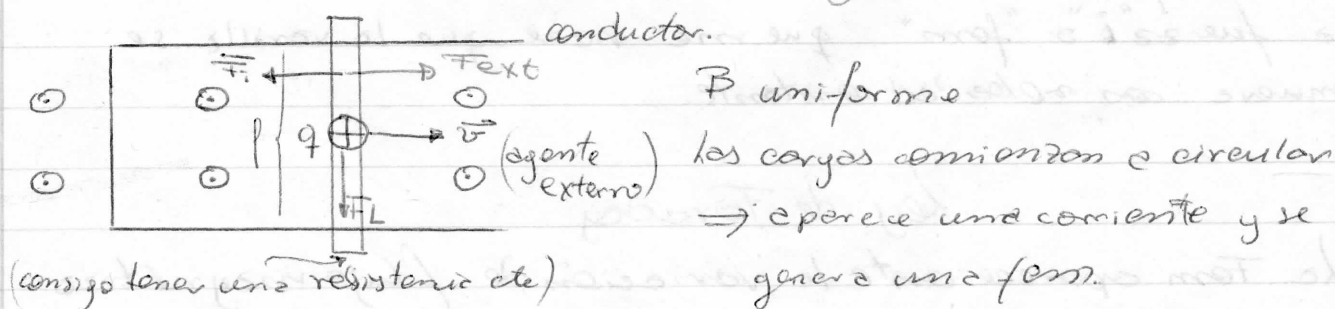
Magnetostática

$$\left. \begin{aligned} \oint_S \vec{B} d\vec{s} &= 0 \iff \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{le no divergenia media la} \\ &\nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{aligned}$$

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (no monopoles magnéticas)

$$\left. \begin{aligned} \oint_C \vec{B} d\vec{e} &= \mu_0 I \iff \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \end{aligned} \right\} \text{densidad de corriente}$$

Inducción Electromagnética

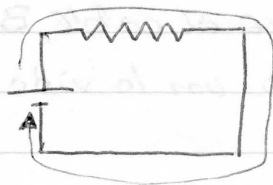


Se dan todas las condiciones para explicar las fuerzas le levanta

$$\vec{F}_L = q (\underbrace{\vec{v} \times \vec{B}}_{vB \sin \theta}) \quad \hat{\theta} = \hat{v} \times \hat{B} \quad T_L \text{ y } v_B$$

Fuerza Electro-Motriz (Fem)

$$[E] = \text{Volt (V)}$$



$$W_L = \int \vec{F}_L \cdot d\vec{e} = F_L l = q v B l \quad // \quad // \quad E = \frac{W_L}{q} = v B l \quad // \quad //$$

para mover cargas necesita una diferencia de potencial.

$$dW_q = P dt = I^2 R dt = I I R dt = I v B e dt$$

Equivalente a calor disipado

$$I = \frac{E}{R} = \frac{v B l}{R}$$

$$dW_{ext} = F_{ext} dx$$

$$dW_q = dW_{ext}$$

$$I v B e dt = F_{ext} dx$$

$$I B e \cancel{v} = F_{ext} \frac{dx}{dt}$$

$$F_{ext} = I B e$$

I. /

$$d\vec{F} = i (d\vec{e} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = i (\vec{e} \times \vec{B})$$

$$F_i = F_{ext} \Rightarrow v = \text{cte.}$$

$$\vec{F}_i = I e B \quad \hat{e}_B = 90^\circ$$

porque hay corriente

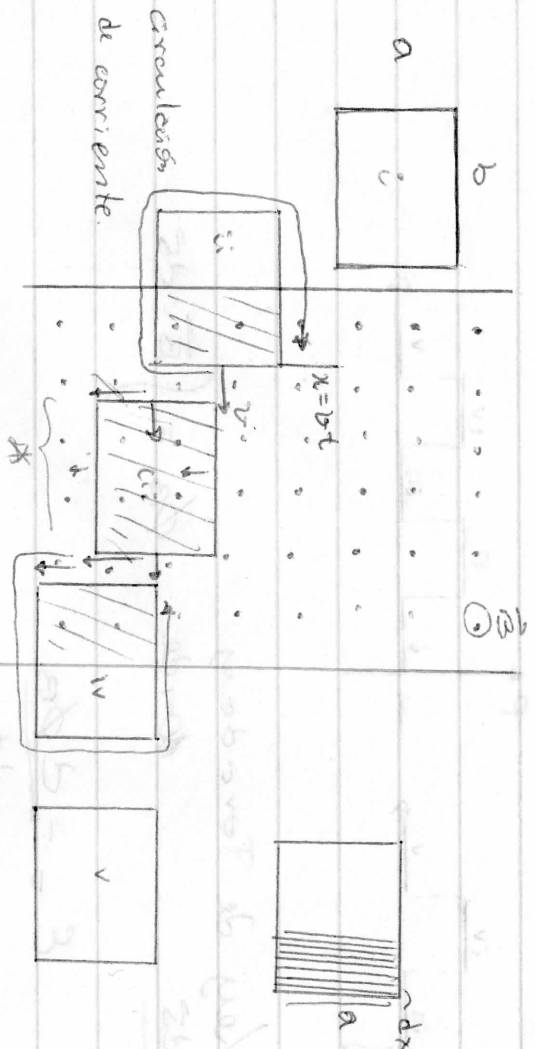
A una fuerza externa F_{ext} el sistema reacciona con una fuerza "i" o "fem" que me hace que la varilla se mueva con velocidad constante.

Ley de Faraday

La Fem aparece ante la variación de flujo magnético

$$// \quad E = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad //$$

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad // \quad // \quad E = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad //$$



c) v) $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \parallel \vec{E}_0 \parallel \parallel P = 0 \parallel$

ii) parcialmente bajo campo y parcialmente no

$$\phi_B = \int_{x=vt}^l B dx = B a l = B a v t$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_B}{dt} = - \frac{d(B a v t)}{dt} = - B a v$$

$$P = I^2 R = \left(\frac{B a v}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 a^2 v^2}{R}$$

la potencia es siempre positiva porque siempre se dirige

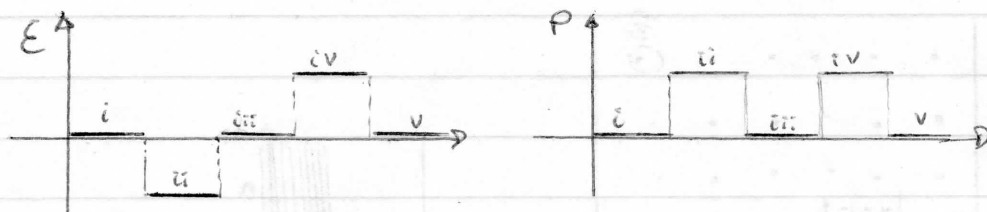
iii) $\phi_B = \int B dx = B a b \quad \frac{d\phi_B}{dt} = 0 \quad \mathcal{E} = 0 \quad P = 0$

* las fuerzas se cancelan

iv) Area que cambia y corriente que en "i" aumenta ϕ_B y en "iv" disminuye la variación con respecto al signo

$$\phi_B = \int_{vt-b}^l B a dx = B a (l - vt + b) \quad P = \frac{B^2 a^2 v^2}{R}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi_B}{dt} = - \frac{d(B a (l - vt + b))}{dt} = B a v$$



Levy de Faraday

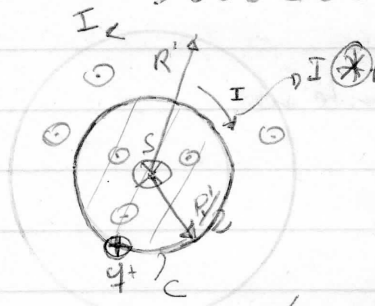
$$\mathcal{E} = - \frac{d \int \vec{B} \cdot d\vec{s}}{dt}$$

donde

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d \phi_B}{dt}$$

Solenoid de $n, R', I(t)$



Selenside me de el campo inicial que varic como $I(t)$

solenoid de $B = \mu_0 n I$

$$\phi_B = \int_{\cos \theta = 1} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int ds = \mu_0 n I(t) \pi \left(\frac{R'}{2} \right)^2$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d \phi_B}{dt} = - \mu_0 n \pi \left(\frac{R'}{2} \right)^2 \left(\frac{dI}{dt} \right) \quad \text{supongo } \frac{dI}{dt} > 0$$

$\frac{dI}{dt} > 0$ corriente aumentando

La espira se opone al campo, y hace circular una corriente que produzca un campo opuesto al $\vec{B}$ inicial el sistema tiende a amortiguar el campo.

⊗ es la corriente inducida, ⊕ sufre una aceleración, hay una fuerza.

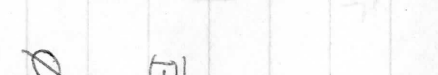
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = - \frac{d \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}}{dt} \quad \left(\begin{array}{l} \vec{E} = \text{campo es más electrostático} \\ \text{que es conservativo} \end{array} \right)$$

antes
era así

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{e} = - \frac{d \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}}{dt} \quad \left(\begin{array}{l} C = \text{perímetro de la espira y sentido de} \\ \text{de la corriente inducida} \end{array} \right)$$

$\nabla \times \vec{E} \neq 0$

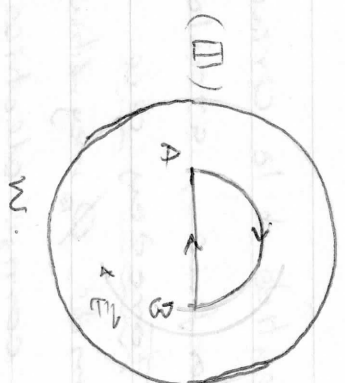
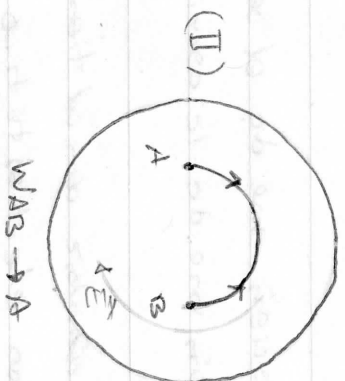
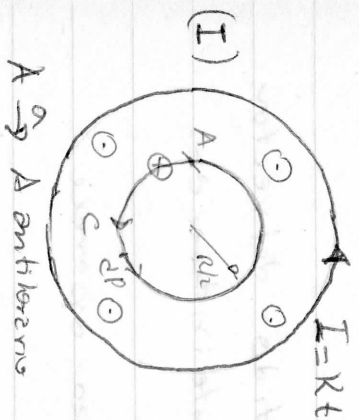
(S = sup delimitada por la espira)



deley

lines.

5



(I) $W_I = \int \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{e} = q \frac{\mu_0 n r R}{2} \int_e d\ell = q \frac{\mu_0 n r R}{2} 2\pi \frac{R}{2} //$

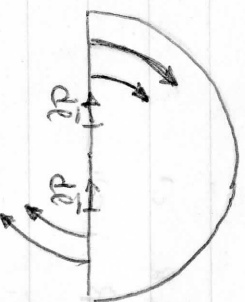
$// \vec{F}_{electr} = q \vec{E} // \vec{F}_{electr} = -F_{ext} //$

(II) $W_A \rightarrow B = -W_{B \rightarrow A} \int \vec{F} \cdot d\vec{e} = - \int \vec{F} \cdot d\vec{e} // W_I = 0 //$

(III) $W_{AB} = W_{BA} = \int \vec{F}_{electr} \cdot d\vec{e} = -q \frac{\mu_0 n r R}{2} \int_e d\ell = -q \frac{\mu_0 n r R \pi R}{2} //$

$W_{B \rightarrow A} = \int \vec{F} \cdot d\vec{e} = 0$

$\vec{E} \perp d\vec{e} \quad \vec{F} \perp d\vec{e}$

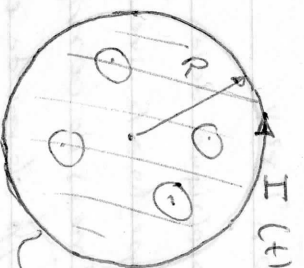


Autoinducción

El propio elemento que cambia su campo produce un cambio sobre si mismo.

$\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt} // B = \mu_0 n I(t) //$

depende del no de vueltas de la espira



$l \gg R \quad N = n l$

$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 n I(t) \pi r^2$

$\frac{d\phi_B}{dt} = \mu_0 n \pi r^2 \frac{dI}{dt}$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -n \ell \text{ contra } \frac{dI}{dt} = -\mu_0 n^2 \ell \pi a^2 \frac{dI}{dt}$$

k = coef de autoinductancia de un dispositivo L

He de la relación cuantitativa $[L] = H$, H_y ,

Cualquier elemento tiene su propio L , pero en general es despreciable ya que la resistencia es más significativa.

Vehículo siempre $\Rightarrow \mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \left\{ \begin{array}{l} N \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{dI}{dt} \\ \text{crea flujo} \quad \text{crea corriente} \end{array} \right.$$

no siempre siempre (+) puede sustituir (-)



$\mathcal{E}$ derivado de un B_{ext} aumentando I para repolar el campo.

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Todo se cumple cuando la bobina se induce por acción de un $\vec{B}$ propio y no externo.

En el caso de que el $\vec{B}$ sea externo se cumple que: (para la mayoría de los casos).

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$\Phi_T = \Phi_{ext} + \Phi_{ind}$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_{B_{ext}}}{dt} = +N \frac{d\Phi_{B_{ind}}}{dt} \quad d\Phi_{ext} = -d\Phi_{ind}$$

Autoinductancia

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

no siempre

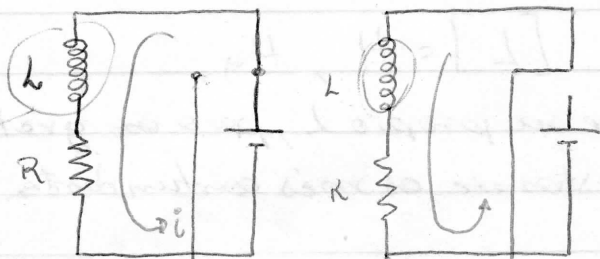
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt}$$

siempre

$$V = RI \quad (\text{sin bobina})$$

$$V + \mathcal{E} = RI \quad (\text{con bobina}) \quad *$$

$$\underbrace{V}_{\text{Fem}} \quad N \frac{d\phi_B}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$



$B = \mu_0 n I(t)$ aparece una fem que genera la bobina.

La bobina rechaza el aumento de corriente.

$\frac{d\phi_B}{dt} > 0 \quad \frac{dI}{dt} > 0$ El elemento que aporta el campo es el mismo que recibe la corriente.

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$W = \frac{1}{2} L \frac{dI}{dt}$$

$$* \quad V - L \frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$\frac{dV}{dt} - L \frac{d^2 I}{dt^2} - R \frac{dI}{dt} = 0$$

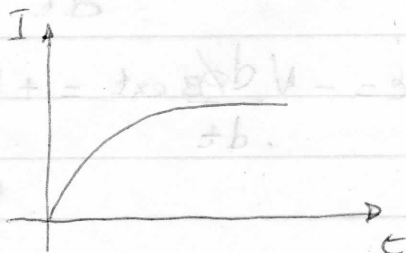
$$t=0 \quad V - L \frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$-L \frac{dW}{dt} = RW \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dI}{dt} = \frac{V}{L} \\ \frac{dI}{dt} = \frac{V}{L} \end{array} \right. t=0$$

$$-L \int_{V/L}^W \frac{dw}{w} = R \int_0^t dt \quad // \quad -L \left(\ln \frac{wL}{V} \right) = Rt \quad // \quad w = \frac{V}{L} e^{\frac{-Rt}{L}} //$$

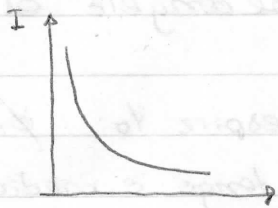
$$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L} e^{\frac{-Rt}{L}} \quad // \quad \int_0^I dI = \int_0^t \frac{V}{L} e^{\frac{-Rt}{L}} dt \quad // \quad I(t) = \frac{V}{R} \left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}} \right) //$$

$\mathcal{E}$ es más intenso a tiempos bajos a tiempos altos I llega a un estado estacionario.





Se opone a que desaparezca la corriente mediante la energía almacenada en la bobina.



$$\frac{d\phi_B}{dt} < 0$$

$$\frac{dI}{dt} < 0$$

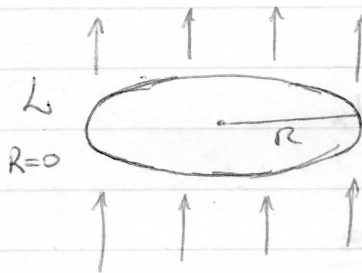
$$V + \mathcal{E} = RI \quad // \quad \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} = RI \quad // \quad -L \frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$0 \quad \mathcal{E} = RI$$

Cuando la bobina que produce el campo es la misma por donde pasa la corriente.

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$// \quad I(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L}t} //$$

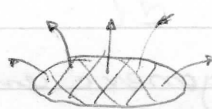
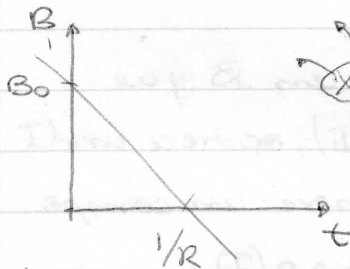


Todo cable tiene autoinductancia pero es despreciable ante la resistencia.

$$B = B_0(1 - kt), \quad B \text{ uniforme}$$

B constante a $t < 0$

$$\phi_B \text{ a } t = 1/R$$



un flujo producido por una corriente inducida cuando $B_{ext} = 0$

Existe el campo producido por la corriente inducida

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad \frac{d\phi_B}{dt} < 0 \quad \frac{dI}{dt} > 0$$

$$// \quad \mathcal{E} = L \frac{dI}{dt} //$$

Cuando hay un campo externo rotario por que siempre tiene signo negativo

$$-\frac{d\phi_B}{dt} = L \frac{dI}{dt} \quad // \quad \int_{B_0 \pi R^2}^{\phi_B} d\phi_B = L \int_0^I dI$$

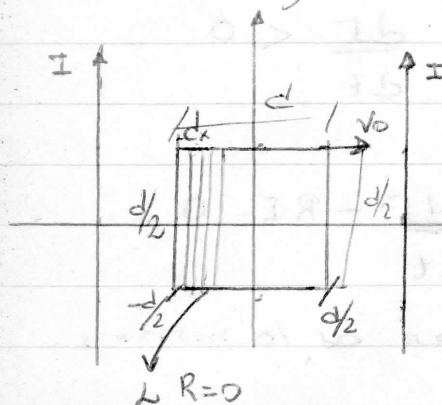
$$B_0 \pi R^2 - \phi_B = LI$$

$$// \quad \underline{B_0 \pi R^2} = \underline{LI} + \underline{\phi_B} //$$

$\phi_{ext. \text{ inicial}} \quad \phi_{ind. \text{ a } t} \quad \phi_{ext. \text{ a } t}$

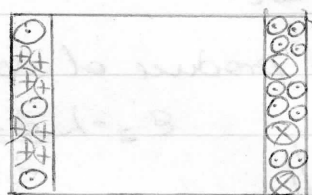
Cuando $t=1/R$, $\phi_{\text{ext}}=0$ la corriente inducida crea un campo que es igual al inicial ϕ_{ext} inicial.

Cuando tengo un espiral con L y $R=0$, se congela el ϕ .



A $t=0$ espiral ϕ_0 $\phi_{\text{ext}}(t)$?

El flujo que tengo o medida que me muevo es el mismo, porque congelo el ϕ .



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

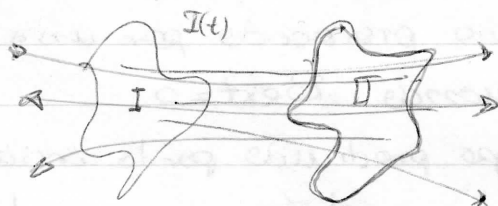
se me cancelan los flujos
 $\phi_B(t) = 0$

- ϕ_B por I
- ϕ_B por I

$$\phi_B(t=0) = \phi_{B1} + \phi_{B2} = 2\phi_{B1} = 2\phi_{B2}$$

$$\phi_{B1} = \int \vec{B}_1 d\vec{s} = \int_{d/2}^{\infty} \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)} \cdot \frac{d}{2} dx$$

$$\left\| L = \frac{d\phi}{dt} \right\| \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \\ \mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \end{array} \right.$$



$I(t)$ genera en B que es externo a (II), aparece una I inducida que genera un campo que es externo a (I)

$$\phi_1 = \int \vec{B}_1 d\vec{s}_1 + \int \vec{B}_2 d\vec{s}_2 \quad \left\| \begin{array}{l} \phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \\ \phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} \end{array} \right.$$

$\phi_{\alpha\beta}$ $\left\{ \begin{array}{l} \alpha \Rightarrow \text{sup de la espiral} \\ \beta \Rightarrow \text{campo que actua sobre la espiral} \end{array} \right.$

ϕ_{11} ϕ_{22} son de la autoinductancia

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -\frac{d\phi_{11}}{dt} - \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

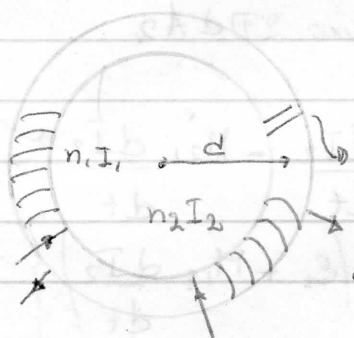
$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -\frac{d\phi_{21}}{dt} - \frac{d\phi_{22}}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = - \underbrace{\frac{d\phi_{11}}{dI_1}}_{L_1 \text{ Auto}} \frac{dI_1}{dt} - \underbrace{\frac{d\phi_{12}}{dI_2}}_{M_{12} \text{ Mutua}} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = - \underbrace{\frac{d\phi_{21}}{dI_1}}_{M_{21} \text{ Auto}} \frac{dI_1}{dt} - \underbrace{\frac{d\phi_{22}}{dI_2}}_{L_2 \text{ Mutua}} \frac{dI_2}{dt}$$

M_{12}
 M_{21}

coef de autoinductancia mutua
 tienen unidades igual que $[L] = H$



Toroid Idealmente Largo

sección Área $|\vec{B}| = \mu_0 n I \left(\frac{d}{r} \right) \approx \mu_0 n I$

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} - N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} \quad \mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi_{22}}{dt} - N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}_1 - N_1 \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_2 \cdot d\vec{s}_2 = -N_1 \frac{d}{dt} \mu_0 n_1 I_1 A - N_1 \frac{d}{dt} \mu_0 n_2 I_2 A$$

$$B_1 = \mu_0 n_1 I_1 \quad B_2 = \mu_0 n_2 I_2 \quad \mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d}{dt} \mu_0 n_1 I_1 A - N_1 \frac{d}{dt} \mu_0 n_2 I_2 A$$

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d}{dt} \mu_0 n_2 I_2 A - N_2 \frac{d}{dt} \mu_0 n_1 I_1 A$$

$N_1 = \text{nº total de vueltas en giro completo} \parallel n_1 = N/L = \frac{N_1}{2\pi d}$

$N_1 = n_1 2\pi d \parallel N_2 = n_2 2\pi d$

$$\mathcal{E}_1 = - \underbrace{n_1 2\pi d \mu_0 n_1 A_1}_{L_1} \frac{dI_1}{dt} - \underbrace{n_1 2\pi d \mu_0 n_2 A_1}_{M_{12}} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = - \underbrace{n_2 2\pi d \mu_0 n_2 A_2}_{L_2} \frac{dI_2}{dt} - \underbrace{n_2 2\pi d \mu_0 n_1 A_2}_{M_{21}} \frac{dI_1}{dt}$$

$$L_1 = \mu_0 n_1^2 2\pi d A_1$$

$$M_{12} = n_1 n_2 \mu_0 2\pi d A_1$$

$$L_2 = \mu_0 n_2^2 2\pi d A_2$$

$$M_{21} = n_1 n_2 \mu_0 2\pi d A_2$$

siempre

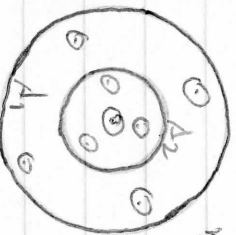
$$M_{12} = M_{21} = \sqrt{L_1 \cdot L_2} \cdot k$$

solo para acoplamiento total

Cuando $k=1$ el acoplamiento es completo
 Cuando $k=0$ el acoplamiento total

$$k = \text{cte. de acoplamiento} \quad 0 \leq k \leq 1$$

no están acoplados.



El propio Teorema 1 sirve el teorema 1

$$\int_{A_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}_1 = \int_{A_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \int_{A_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s}_2$$

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\mu_0 m I_1 A_1}{dt} - N_1 \frac{d\mu_0 n_2 I_2 A_2}{dt}$$

$$M_{12} = n_1 n_2 \mu_0 2\pi D A_2 \quad // \quad M_{21} = n_1 n_2 \mu_0 2\pi D A_2$$

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad // \quad \mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_1 + M_{12} \frac{dI_2}{dt} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \quad // \quad \frac{dI_1}{dt} = -\frac{1}{L_1} \left(\mathcal{E}_1 + M_{12} \frac{dI_2}{dt} \right)$$

$$\mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} + M_{21} \left(\mathcal{E}_1 + M_{12} \frac{dI_2}{dt} \right) \quad // \quad \frac{M_{21} M_{12}}{L_1} = k_2$$

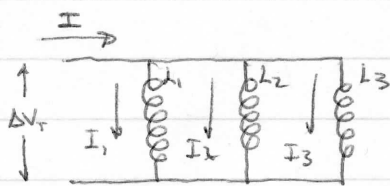
$$\mathcal{E}_2 = \frac{M_{21}}{L_1} \mathcal{E}_1 + \left(\frac{M_{21} M_{12}}{L_1} - L_2 \right) \frac{dI_2}{dt}$$

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{M_{21}}{L_1} = \frac{n_1 n_2 \mu_0 2\pi D A_2}{n_1^2 \mu_0 2\pi D A_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Ejemplo más claro es el transformador

Inductancias en serie en Peneles

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{I} \\ \left[\begin{array}{c} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \right] \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta V_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} \\ \Delta V_2 = -L_2 \frac{dI}{dt} \\ \Delta V_3 = -L_3 \frac{dI}{dt} \end{array} \right\} \quad \left(\frac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}{\Delta V_T} \right) = - \frac{(L_1 + L_2 + L_3)}{L_{eq}} \frac{dI}{dt}$$



$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\Delta V_T = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$$

$$\Delta V_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} \quad // \quad \Delta V_2 = -L_2 \frac{dI_2}{dt} \quad // \quad \Delta V_3 = -L_3 \frac{dI_3}{dt}$$

$$\frac{dI_T}{dt} = \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dI_3}{dt}$$

$$\frac{\Delta V_T}{L_1} = -\frac{dI_1}{dt}$$

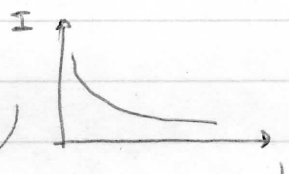
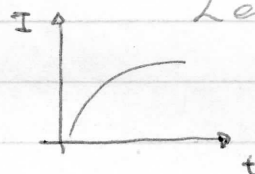
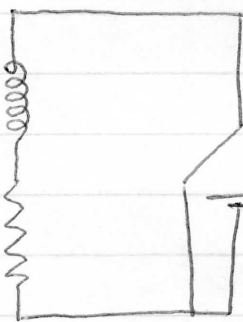
$$\frac{\Delta V_T}{L_2} = -\frac{dI_2}{dt}$$

$$\frac{\Delta V_T}{L_3} = -\frac{dI_3}{dt}$$

$$\sum \Delta V_T \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right) = -\frac{dI_1}{dt} - \frac{dI_2}{dt} - \frac{dI_3}{dt} = -\frac{dI_T}{dt}$$

$$\Delta V_T = \frac{-1}{\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} \right)} \frac{dI_T}{dt}$$

L_{eq}



La bobina almacena la energía que se pierde e medido que se disipa por la resistencia

$$-L \frac{dI}{dt} - RI = 0 \quad // \quad L I \frac{dI}{dt} = R I^2$$

$$- \int L I dI = \int R I^2 dt \quad \text{energía almacenada} \quad dE = dQ$$

V Solenoide n, ℓ, I , sección A
 ℓ muy largo

$$L_{\text{solenoid}} = \mu_0 n^2 \ell A \quad // \quad U_m = \frac{L I^2}{2} = \frac{\mu_0 n^2 \ell A I^2}{2}$$

$$U_B = \int \mu_0 dv = \int_0^\ell \frac{B^2}{2\mu_0} A dz = \int_0^\ell \frac{\mu_0 n^2 I^2 A}{2} dz = \frac{\mu_0 n^2 I^2 A \ell}{2}$$

$$// \quad U_m = U_B //$$

Propiedades Electricas

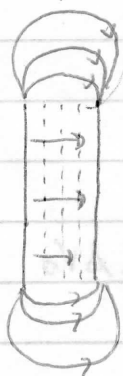
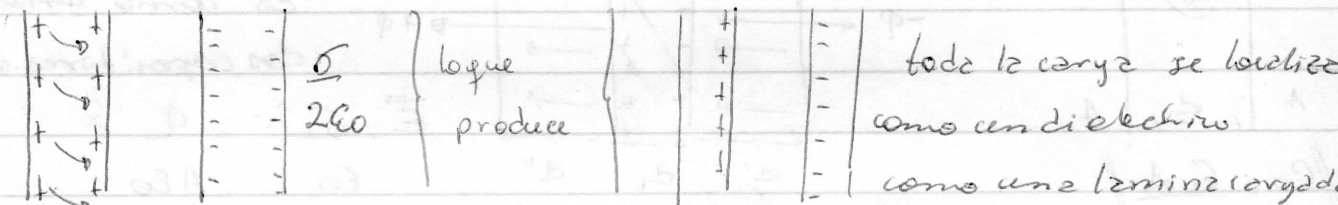
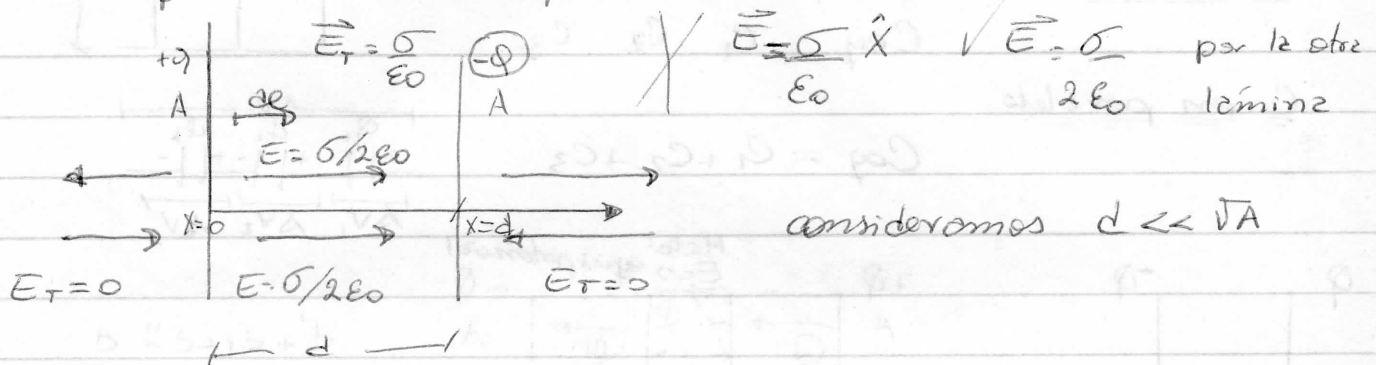
Capacitor:

Dispositivo de dos láminas conductoras con signo opuesto y carga igual.

Almacena energía eléctrica.

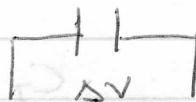
Tiene que ser metal porque debe ser cargado y descargado.

Capacitor de láminas paralelas.



regulapotencial

considero despreciable el efecto de borde



$$\Delta V_{A \rightarrow B} = V_{BA}$$

$$\Delta V_{A \rightarrow B} = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int \frac{\sigma}{\epsilon_0} dr = - \frac{Q}{A \epsilon_0} \int_0^d dr = - \frac{Q}{A \epsilon_0} d$$

$$|\Delta V| = \frac{Q}{A \epsilon_0} d$$

$$\frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{A \epsilon_0}{d} \quad \text{no son independientes, dando su cociente una constante.}$$

C = capacidad

Depende geometría y del medio $[C] = F \text{ faraday } \mu F, nF, pF$

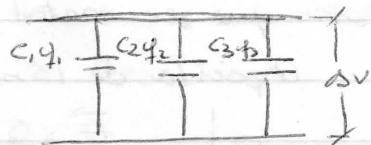
El cociente no va a variar $\frac{A \epsilon_0}{d}$

$C \leftrightarrow Q \Rightarrow$ es la mejor que puede para hallar el campo
Siempre deben estar definidos.

$\Rightarrow$ tengo que operar como si supiera la carga; ΔV es dato y despejo Q .

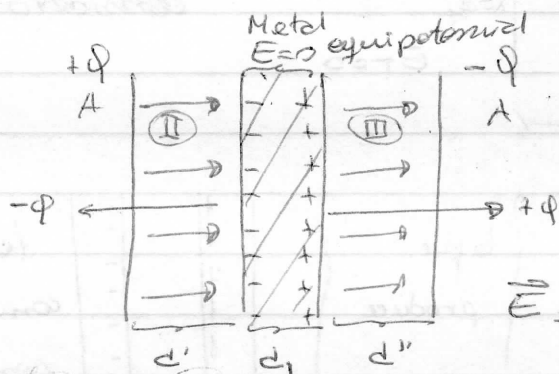
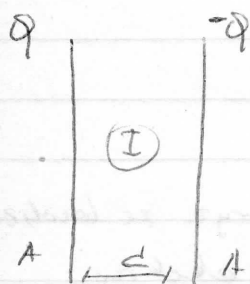
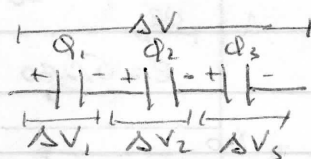
C en serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



C en paralelo

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$



$$d' + d_1 + d'' = d$$

Es como tener dos capacitores en serie.

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{x} = \frac{Q}{A \epsilon_0} \hat{x}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_1 = \epsilon_0 A d'$$

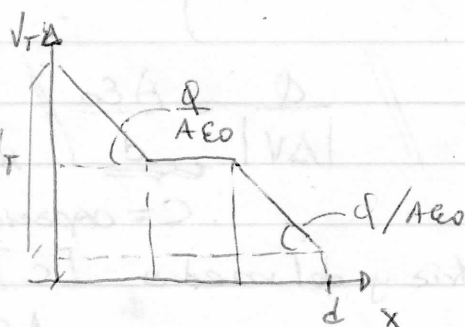
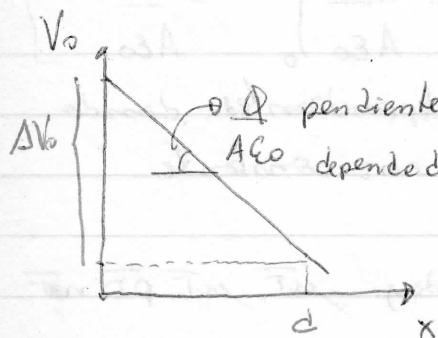
$$C_2 = \epsilon_0 A d''$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d'}{\epsilon_0 A} + \frac{d''}{\epsilon_0 A} = \frac{d' + d''}{\epsilon_0 A}$$

$$C_T = \frac{\epsilon_0 A}{d' + d''}$$

$$C_T > C_0$$

$$\frac{Q}{\Delta V_T} > \frac{Q}{\Delta V_0} \Rightarrow \Delta V_T < \Delta V_0$$



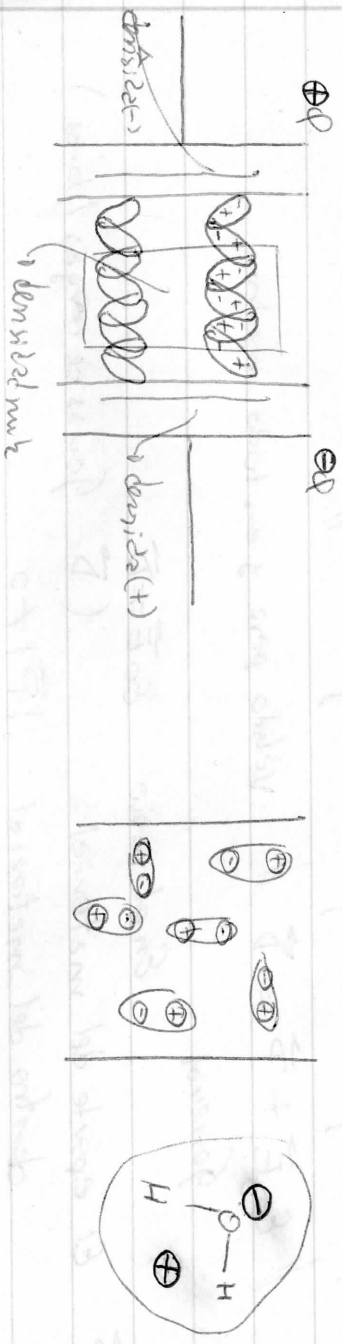
dentro del metal no hay aporte al ΔV

Dielectrics $\Rightarrow$ (Insulators)

Si es dielectric se cumple que es aislante, el reciproco no se cumple necesariamente.

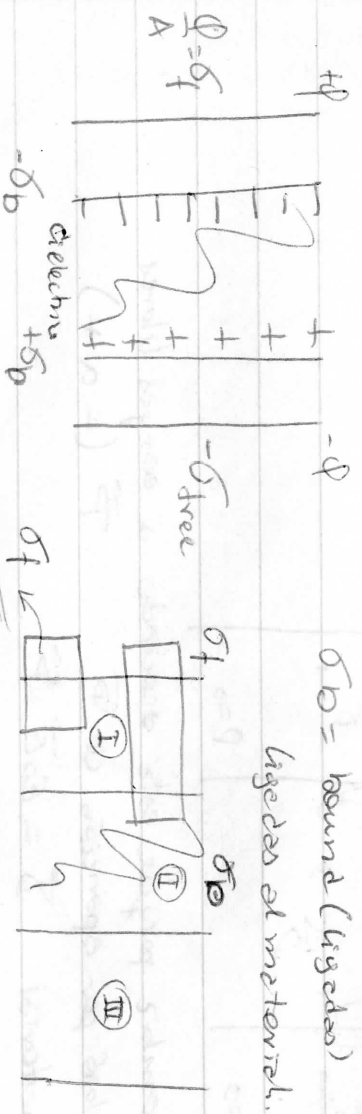
El dielectric es polarizable

 Molecule
 momento dipolar no nulo.



No son cargas libres son estructurales.

Cuanto más grande sea $\epsilon \Rightarrow$ mayor polarización y densidad de las cargas del dielectric no comparan totalmente las cargas de las placas.



$$E_I = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \left\{ E_{III} \right\} \parallel \int \vec{E}_{II} d\vec{s} = \frac{q_2}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{II} A = \frac{q_1 - q_2}{\epsilon_0}$$

$\epsilon_{mi}(+)$ $\epsilon_{mi}(-)$

se que $Q = \sigma_f = \frac{q_1}{A}$

q_0 nunc es deb

$$q_+ = q_1 - q_0 \quad \therefore q_+ + q_0 = q_1 \quad \parallel q_+ = \epsilon_0 \int \vec{E} d\vec{s} \parallel q_{cu}$$

$$\parallel \epsilon_0 \int \vec{E} d\vec{s} + q_0 = q_1 \parallel$$

$$\Rightarrow \vec{D} \quad (\text{desplazamiento eléctrico}) \quad // q_b = \oint \vec{P} d\vec{s} //$$

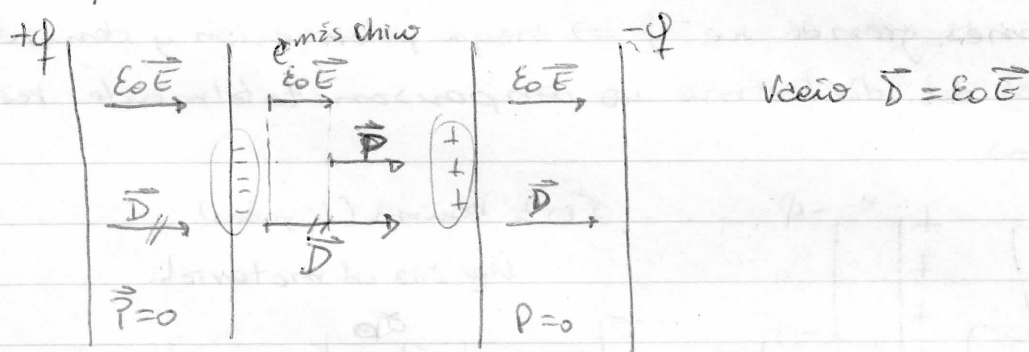
$$\Rightarrow \vec{P} \quad (\text{polarización}) \quad // q_f = \oint \vec{D} d\vec{s} //$$

$$// \epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{s} + \oint \vec{P} d\vec{s} = \oint \vec{D} d\vec{s} //$$

$$// \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} //$$
 válido para y en todo medio General

$$\text{En el vacío} \quad \epsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$$

$\vec{P}$ El aporte del material ($\vec{D}$ Gauss de cargas libres)
 dentro del material $|\vec{P}| \neq 0$
 fuera del material $|\vec{P}| = 0$



$\vec{D}$ no cambia porque está asociado a cargas libres
 $\vec{E}$ cambia por aparición de $\vec{P}$ $\vec{P} (- a +)$

$$\text{En el material} \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

* Existen dos tipos de materiales dieléctricos

+ No lineales (ferroeléctricos, piroelectricidad) polarizado permanente

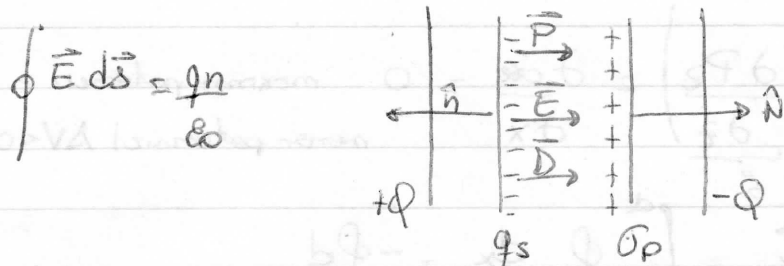
$$+ \text{Lineales} \quad // \vec{D} = \epsilon \vec{E} // \quad \vec{D} \propto \vec{E}$$

ϵ permitividad absoluta de un material.

k = constante dieléctrica $\Rightarrow$ permitividad relativa de un material =

$$// k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} //$$
 adimensional $0 < k < \infty$

($1=k$) vacío El vacío es un medio lineal



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_f}{\epsilon_0} \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_f \quad \oint \vec{P} \cdot d\vec{s} = q_b \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

- ② $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ // materiales lineales // $\epsilon = k \epsilon_0$ // k coef de dielectricidad
 ③ $\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$ // $\hat{n}$ sup dielectrico y saliente al mismo

signo de superficies expuestas de un dielectrico
 $\nabla \cdot \vec{P} = \rho_p$ // $\nabla \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$ // ρ carga libre encerrada en una gaussiana

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_f$ $DA = \frac{Q}{A} A'$ // $\vec{D} = \frac{Q}{A} \hat{x}$

(todo el chapo) $|\vec{D}| = \sigma = \frac{Q}{A}$ // $\vec{D} = \frac{Q}{A} \hat{x}$

② $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{Q}{A \epsilon} \hat{x}$ // $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{A \epsilon}$ // $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ sin dielectrico

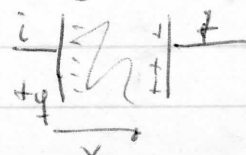
Siempre que no se rompa la simetria del sistema se puede sustituir ϵ por ϵ_0 como si no hubiera material dielectrico

③ $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\frac{Q}{A} \hat{x} = \epsilon_0 \frac{Q}{A \epsilon} \hat{x} + \vec{P}$

$\vec{P} = \frac{Q}{A} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right) \hat{x} = \frac{Q}{A} \left(1 - \frac{1}{k} \right) \hat{x}$ $0 < 1 - 1/k < 1$

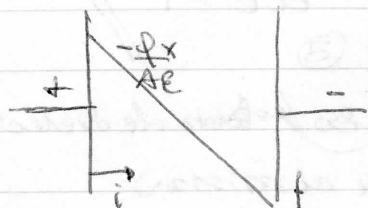
$P < 0 \Rightarrow \vec{P}$ misma direccion $\vec{E}$ $\vec{D}$ $P < 1$ me asegura que los tres apuntan igual.

// $\vec{P} = 0$ sin dielectrico // $\sigma_p = |\vec{P}|$ // $\epsilon_p = 0$ // ϵ_p coef de dielectricidad
 no hay densidad volumetrica de carga dentro del dielectrico



$$\nabla \cdot \vec{P} = \left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \rho_e}{\partial x} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{máximo potencial} \\ \text{menor potencial } \Delta V < 0 \end{array}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_0^d \frac{Q}{AE} dx = - \frac{Qd}{AE}$$



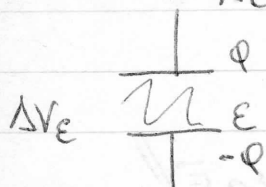
$$\Delta V = V_f - V_i < 0$$

$$c/\text{dieléctrico} \quad // C = \frac{AE}{d} //$$

$$s/\text{dieléctrico} \quad // C = \frac{AE\epsilon_0}{d} //$$

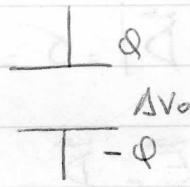
Como $\epsilon > \epsilon_0$ (c/d)

$$\Delta V = - \frac{Qd}{AE}$$



$C_e > C_{e0}$ (vacío) (s/d)

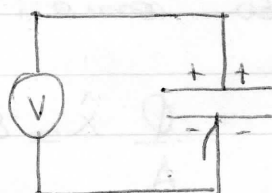
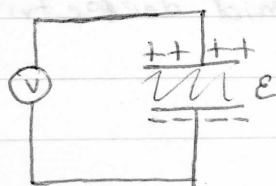
$$\Delta V = - \frac{Qd}{AE\epsilon_0}$$



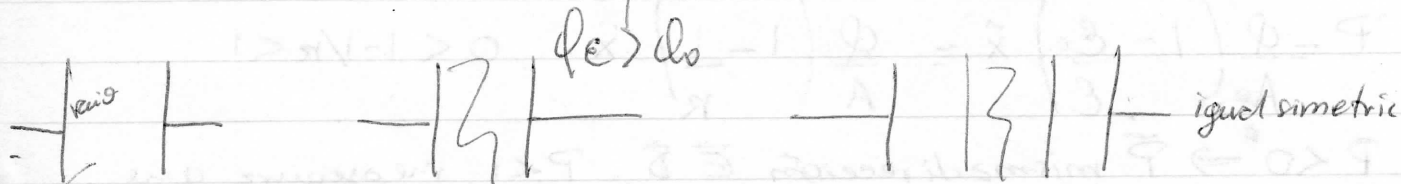
$$\Delta V_e < \Delta V_0$$

Disminuye V poniendo un dieléctrico

$$|Q| = \frac{\Delta V A E}{d}$$

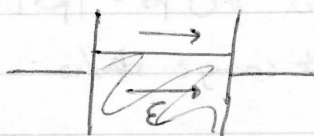


$$Q_0 = \frac{\Delta V A E_0}{d}$$

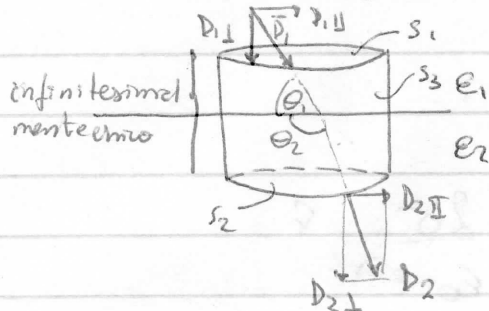


los límites del dieléctrico son $\perp$ al campo, $\vec{D}, \vec{E}, \vec{P}$

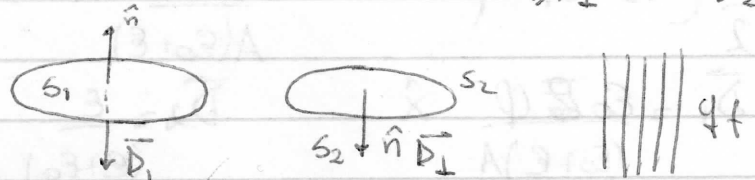
Dieléctrico de ϵ_0 $K=1$



Condiciones de Frontera (limite entre dos dieléctricos)



$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \oint_{S_1} + \oint_{S_2} + \oint_{S_3} = \oint_{S_1} \vec{D}_1 \cdot d\vec{s} + \oint_{S_2} \vec{D}_2 \cdot d\vec{s} = -D_{1\perp} A + D_{2\perp} A$$



$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_f = \sigma_f A$$

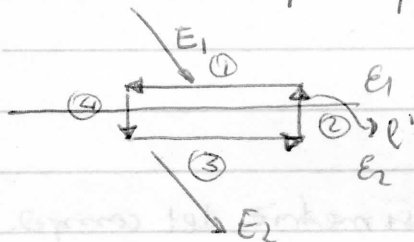
$$A(D_{2\perp} - D_{1\perp}) = \sigma_f A$$

$$(D_{2\perp} - D_{1\perp}) = \sigma_f$$

Si $\sigma_f = 0 \quad \parallel D_{2\perp} = D_{1\perp} \parallel$ cond. de frontera

en ausencia de cargas libres los D se conservan (nada de frontera)

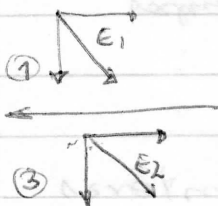
$D_{\parallel}$ se conserva por fronteras + sino encierro ninguno.



No puedo usar Gauss usamos circulación
 $l \rightarrow 0 \quad \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

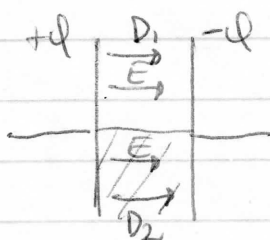
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{C_1} + \oint_{C_2} + \oint_{C_3} + \oint_{C_4} = \oint_{C_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \oint_{C_3} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}$$

$$= -E_{1\parallel} l + E_{2\parallel} l = 0$$



$\parallel E_{2\parallel} = E_{1\parallel} \parallel$ válido siempre

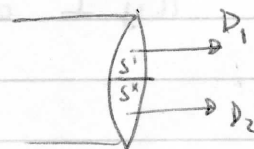
No se puede decir nada de los D



$$(1) \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_f$$

$$\oint_{S'} \vec{D}_1 \cdot d\vec{s} + \oint_{S''} \vec{D}_2 \cdot d\vec{s} = q$$

$$D_1 \frac{A}{2} + D_2 \frac{A}{2} = q$$



$$(2) \quad \underbrace{\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}}_{\text{vacío}} \quad \underbrace{\vec{D}_2 = \epsilon \vec{E}}_{\text{dieléctrico}} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\epsilon_0 E \frac{A}{2} + \epsilon E \frac{A}{2} = Q$$

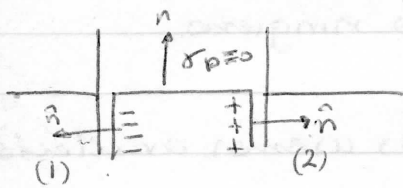
$$E \frac{A}{2} (\epsilon_0 + \epsilon) = Q \quad \vec{E} = \frac{2Q}{A(\epsilon_0 + \epsilon)} \hat{x} = \frac{2\sigma}{(\epsilon_0 + \epsilon)} \hat{x}$$

$$(2) \quad \vec{D}_1 = \frac{\epsilon_0 Q}{(\epsilon_0 + \epsilon)A} \hat{x} \quad \vec{D}_2 = \frac{\epsilon}{(\epsilon_0 + \epsilon)} \frac{2Q}{A} \hat{x}$$

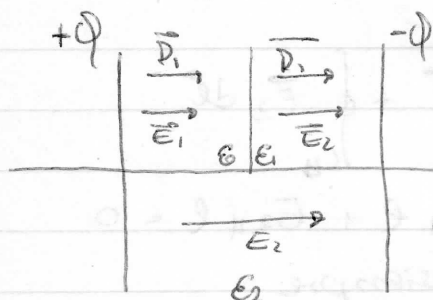
$$\parallel \vec{P}_1 = 0 \parallel \quad \vec{P}_2 = \vec{D}_2 - \epsilon_0 \vec{E} = \frac{2Q}{A(\epsilon_0 + \epsilon)} (\epsilon - \epsilon_0) \hat{x}$$

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

$$\sigma_{(1)} = -\frac{2Q}{A(\epsilon_0 + \epsilon)} (\epsilon - \epsilon_0) \quad \parallel \sigma_2 = -\sigma_1 \parallel$$

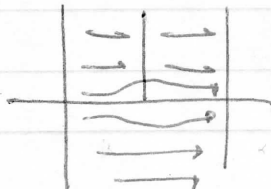


Fronteras paralelas rompen la simetría del campo.

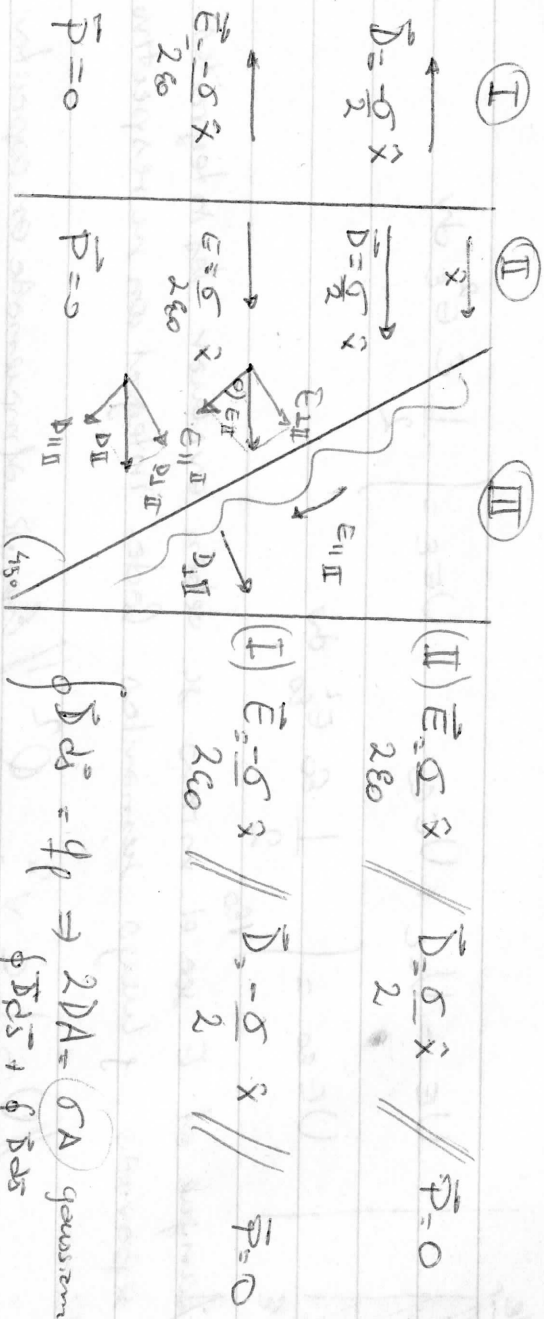


$$\left. \begin{array}{l} \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 \end{array} \right\} \text{es una paradoja}$$

donde coexisten fronteras $\perp$ y $\parallel$ los campos
se curvan



Esto que sucede cuando tengo fronteras
 $\parallel$ y $\perp$ conjuntamente.



$$\vec{D} = \frac{\sigma}{2} \hat{x} \quad / \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad / \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon} \hat{x}$$

$$\text{III} \quad E_{II} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cos \theta = \frac{\sigma \sqrt{2}}{4\epsilon_0} = E_{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{por condiciones de frontera} \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ se cumple con} \\ \text{componentes} \end{array} \right.$$

$$D_{II} = \frac{\sigma}{2} \sin \theta = \frac{\sigma \sqrt{2}}{4} = D_{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} D_{\perp} = \epsilon E_{\perp} \quad / \quad D_{II} = \epsilon E_{II} \\ E_{III} = \frac{D_{III}}{\epsilon} = \frac{\sqrt{2} \sigma}{4\epsilon} \quad \left[\begin{array}{l} D_{III} = \epsilon E_{III} = \frac{\epsilon \sigma \sqrt{2}}{4} \end{array} \right] \end{array} \right.$$

$$\tan \theta' = \frac{\sigma \sqrt{2}/4}{\epsilon} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{1}{r}$$

ϵ como el fenómeno se reparte

$$P_{\perp III} = D_{\perp III} - \epsilon_0 E_{\perp III}$$

$$P_{II III} = D_{II III} - \epsilon_0 E_{II III}$$

$$\boxed{uE = \frac{E D}{2}}$$

$$U_E = \int_V uE \, dV \quad / \quad uE = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad / \quad \text{en el vacío}$$

$$uE = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad / \quad \text{en un medio con } \epsilon$$

$$\frac{U_E}{\epsilon} \quad U_E = U_{E\epsilon} + U_{E\epsilon_0} \quad U_{E\epsilon} = \int \frac{1}{2} \epsilon E^2 dv$$

$$U_{E\epsilon_0} = \int_{V_{\epsilon_0}} \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{\epsilon_0}^2 dv$$

Aunque el ϵ sea el mismo se deben evaluar los integrales por separado y luego sumarlos. Cada integral con su respectivo volumen

$$U = \frac{1}{2} \epsilon V^2 = \frac{Q^2}{2\epsilon} \quad \text{Energía almacenada en capacitor}$$

carga constante (dimensiones)

ΔV de $\rightarrow$ $\frac{dU}{dq} = V$ $\parallel$ $dU = V dq$ $\parallel$ $U = \int V dq = \int \frac{Q}{C} dq$

frank

$$dU = dq \Delta V \quad \therefore \int du = \int \Delta V dq = \int \frac{Q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} \epsilon (\Delta V)^2$$

$$Q^2 = C^2 (\Delta V)^2$$

$$U_E = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad \text{como es experimental por}$$

sist $U = \sum \frac{q_i q_j}{4\pi \epsilon_0 r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi \Rightarrow U = \frac{1}{2} \int \rho \varphi dv$

dimensional

$$\rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \quad \therefore \rho = \epsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\epsilon \vec{\nabla}^2 \varphi$$

$$U = -\frac{\epsilon}{2} \int \varphi \vec{\nabla}^2 \varphi dv$$

$$\varphi \vec{\nabla}^2 \varphi = -(\vec{\nabla} \varphi)(\vec{\nabla} \varphi) + \vec{\nabla}(\varphi \vec{\nabla} \varphi)$$

$$U = -\frac{\epsilon}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\nabla} \varphi \vec{\nabla} \varphi dv + \frac{\epsilon}{2} \int \vec{\nabla}(\varphi \vec{\nabla} \varphi) dv = +\frac{\epsilon}{2} \int E E dv - \frac{\epsilon}{2} \oint \varphi \vec{\nabla} \varphi ds$$

$$\oint \vec{\nabla} \varphi \cdot d\vec{v} = \oint \vec{E} ds$$

radio infinito

$$\varphi \vec{\nabla} \varphi \propto \frac{1}{R^3} \rightarrow \frac{1}{R} \rightarrow 0$$

v a infinito

Propiedades Magnéticas

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = qf$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{qn}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{P} \cdot d\vec{s} = qb$$

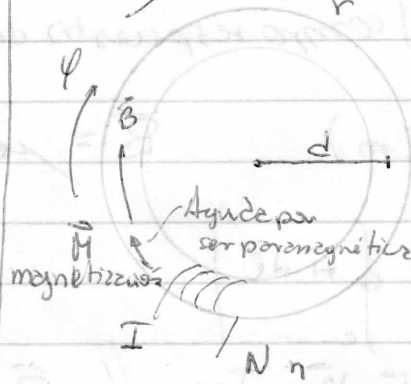
$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ (Mat. lineales)}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \text{ general}$$

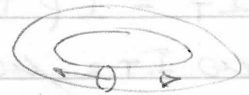
$$\vec{D}_{(1)} = \vec{D}_{(2)} \text{ en superficie de 4 libros}$$

$$E_{||(1)} = E_{|| (2)}$$

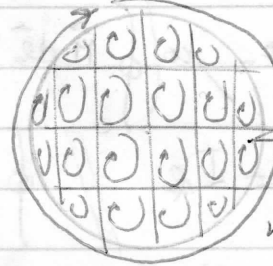
$$\vec{B} = \mu_0 n I \frac{d}{r} \hat{\phi}$$



Valido mat. homogéneos



resultante



no en fase con corriente.

Maximización de e^-
cu 3 da 1

Respuesta natural de un átomo es fuerza de rechazo
oposición al campo externo.

Diamagnetismo

ley de Faraday

oposición al campo

Todo depende de la

susceptibilidad del material

comp. orgánica

Aluminio

Magnetismo

tiende a reforzar el campo externo

Para magnetismo

e^- desaparecidos en 0.01

(Paramagnetismo Diamagnetismo) (Mat. lineales)

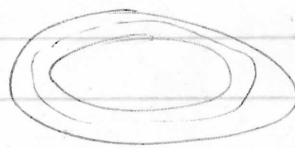
Las corrientes se anulan una a una produciendo una corriente superficial, que este fize el material. Esa corriente no genera un campo

$\vec{M} \Rightarrow$ Cuán grande o no es la cantidad de e^-

(Magnetización) desaparecidos en el material

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_t$$

No me sirve la ley de Ampere



$$I_t = I_L + I_M$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \ell$$

$\vec{H}$ (vector intensidad de campo magnético) Asociado a corrientes libres

$\vec{B}$ (inducción o densidad de flujo de campo magnético)

$\vec{M}$ (vector magnetización) (campo respuesta del material)

$$I_T = I_p + I_m$$

$$\mu_0 I_T = \mu_0 (I_p + I_m)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} = \mu_0 \left(\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} + \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} \right)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enc}} \quad \parallel \quad \oint_C \vec{M} \cdot d\vec{l} = I_M \quad \parallel \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$

$\mu_0 \rightarrow \mu$ (permeabilidad abs del material)

Materiales lineales $\rightarrow$ paramagnéticos
diagnéticos

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r = \text{permeabilidad relativa}$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r = \frac{1 + \chi_m}{1}$$

experimental $\rightarrow$ susceptibilidad magnética

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \kappa > 1$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} > 1 \quad \chi_m > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{paramagnéticos} \\ 10^{-3} \frac{\text{emu}}{\text{mol}} \end{array} \right.$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} < 1 \quad \chi_m < 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{diamagnéticos} \\ -10^{-6} \frac{\text{emu}}{\text{mol}} \end{array} \right.$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_f$$

$$\oint \vec{P} \cdot d\vec{s} = q_s$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \text{ genl}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \text{ mat. linel}$$

$$\vec{P} \cdot \hat{n} = \sigma_b$$

$$k = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} > 1 \text{ toujours}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_H$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \text{ genl}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ m lin}$$

$$k = \mu = 1 - \chi_m$$

dimensionnel

$$k_m > 1 \text{ parq. } k_m < 1 \text{ diam.}$$

$$B_{\perp} \text{ se conserve}$$

$$H_{\parallel} \text{ se conserve en absence de } I_e$$

$$B_{\perp} = \mu_1 H_{\perp} = \frac{\mu_1 N I}{2\pi r}$$

$$B_2 = \mu_2 H_2 = \frac{\mu_2 N I}{2\pi r}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

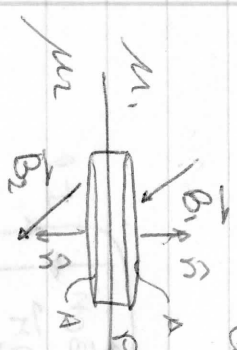
$$\vec{H} = \chi_m \vec{H} \text{ mat linel}$$

$E_{\parallel}$ se conserve
 $D_{\perp}$ se conserve
 on conserve de qf
 Paramagnétique
 Diamagnétique
 $\chi_m \approx 10^{-5}$ emu/mol
 $\chi_m \approx -10^{-6}$ au/mol

$$\mu = 0,5 / \mu_0$$

$$\chi_m = 0,5$$

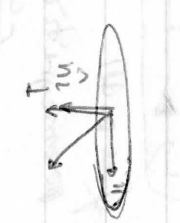
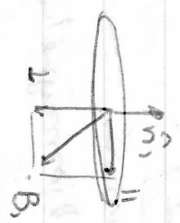
Conditions de Tiencher



flux est le même μ est paramagnétique

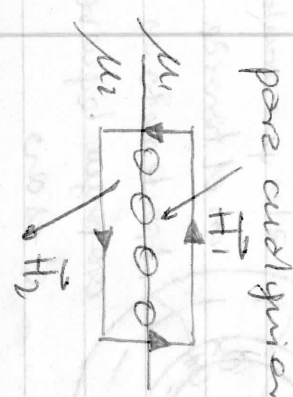
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} + \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



car $B_1 \Delta s_1 = 180^\circ$ $-B_1 A + B_2 A = 0$
 $B_2 A = B_1 A$

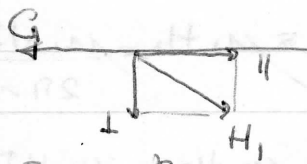
Se conserve la composante perpendiculaire totalement viciée par condition frontiere.



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f$$

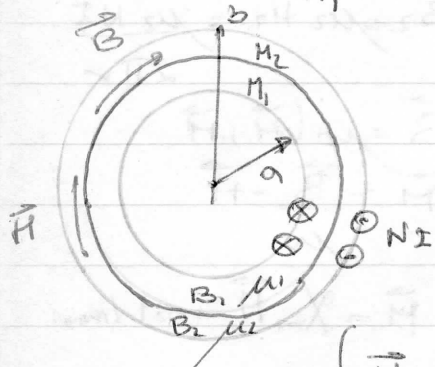
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} + \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f$$

la composante tangentielle est conservée

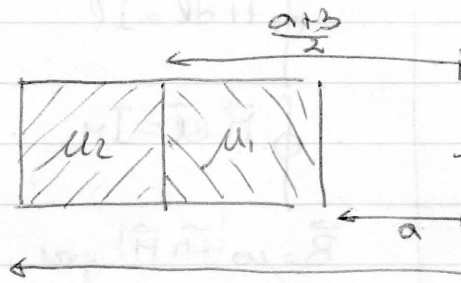


$$-H_{1||}a + H_{2||}a = I\rho$$

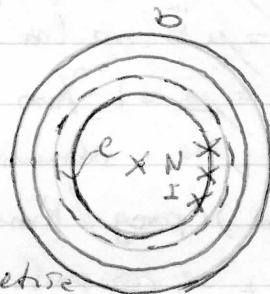
Si $I\rho = 0 \Rightarrow H_{2||} = H_{1||}$



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I\rho$$



$\mu_1 < \mu_0$ diz
 $\mu_2 > \mu_0$ para



$$H 2\pi r = NI$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_2 = \vec{H}$$

$$\vec{H} = \frac{NI}{2\pi r} \hat{\varphi}$$

$\forall r \quad a < r < b$

La frontera no rompe la simetría del sistema.

$$\vec{M}_1 = \left(\frac{\vec{B}_1}{\mu_0} - \vec{H} \right)$$

$$\vec{M}_2 = \left(\frac{\vec{B}_2}{\mu_0} - \vec{H} \right)$$

$$\vec{M}_1 = \left(\frac{\mu_1 - 1}{\mu_0} \right) \left(\frac{NI}{2\pi r} \right) \hat{\varphi}$$

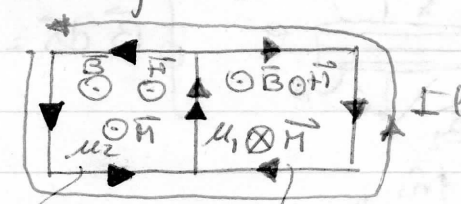
Diamagnetica

$\chi_{m1} < 0$

$$\vec{M}_2 = \left(\frac{\mu_2 - 1}{\mu_0} \right) \left(\frac{NI}{2\pi r} \right) \hat{\varphi}$$

$\chi_{m2} > 0$

Paramagnetica



fuerza del
paramagnetica

oposición

Diamagnetica

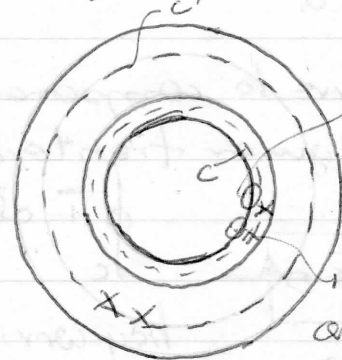
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = IM$$

$$M_1 2\pi r = IM_1$$

$$\left(\frac{\mu_1 - 1}{\mu_0} \right) \frac{NI \cdot 2\pi r}{2\pi r} = IM_1$$

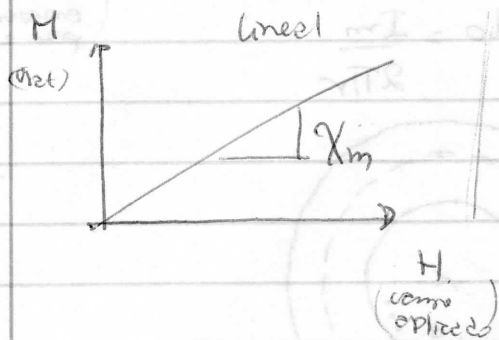
$$M_2 2\pi r = IM_2$$

$$IM_2 = \left(\frac{\mu_2 - 1}{\mu_0} \right) \cdot NI$$



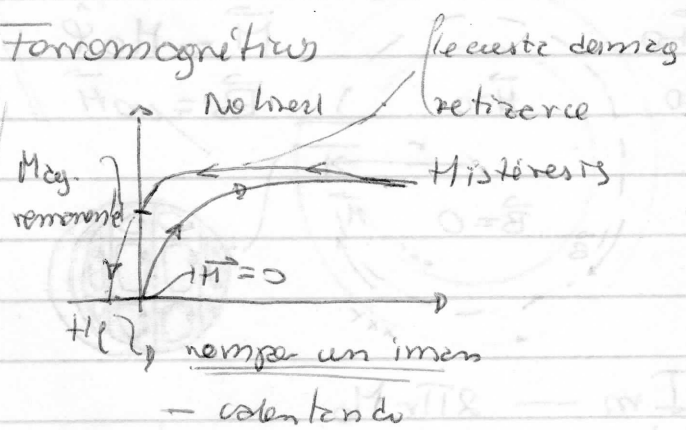
INI espiras
e las que circulan
en el toroide
Aparente neta es
cero porque la que va
c' es cero

Mat. No Lineales Ferromagnéticos



$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$



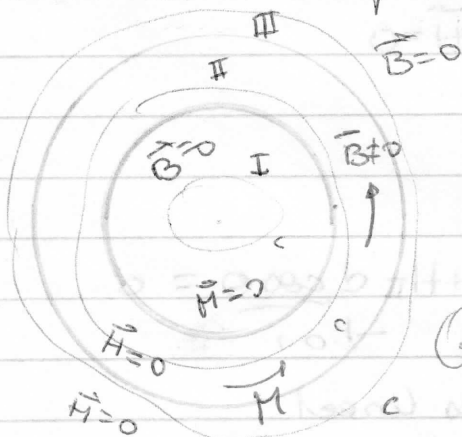
muy intensa magnetización
con campo campo se logra
saturación

combinar polarización con
la misma bobina/demagnetización

$$\chi_m = \frac{dM}{dH} \Rightarrow \text{depende de su historia previa}$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \Rightarrow \text{también depende}$$

Para hablar de ferromagnetismo se debe ser aclarado
Si dan M es ferromagnético



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \ell$$

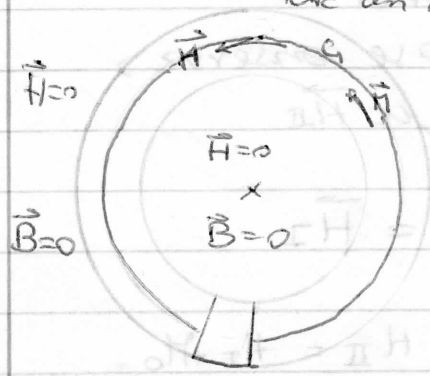
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = 0 \parallel \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \parallel$$

Para un imán preciso los polos y aquí no los dejamos



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \vec{H} = 0$$

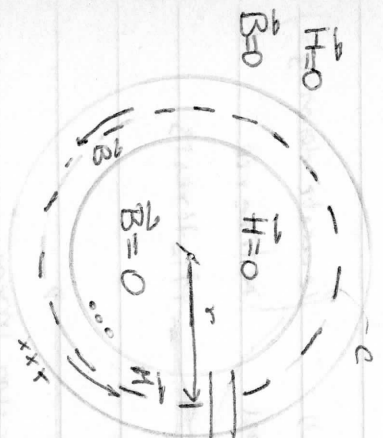
tiene que conservarse la simetría del sistema

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{M}$$

$$C = C_1 + C_2$$

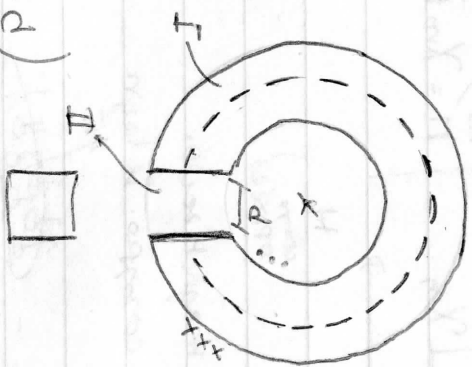
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \oint \vec{H}_2 \cdot d\vec{l}$$

Invierto el sentido de dentro afuera del material para que se cumpla la igualdad



$$I_m = 2\pi r M_0$$

$$I'_m = 2\pi r M_0 \left(\frac{2\pi r - d}{2\pi r} \right) < 1$$



$$\vec{H} = M_0 \hat{\varphi} \quad \oint \vec{H} d\vec{\ell} = I_m = M_0 2\pi r = I_m$$

(Im total entered per e)

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \oint \vec{B} d\vec{\ell} = I_m \quad M_0 = \frac{I_m}{2\pi r}$$

$$I'_m = 2\pi r M_0 \left(1 - \frac{d}{2\pi r} \right) = M_0 (2\pi r - d)$$

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = I'_m = \int_{c_1} \vec{H} d\vec{\ell} + \int_{c_2} \vec{H} d\vec{\ell} = I'_m$$

$\frac{\omega}{M_H=0}$

$$\vec{H} = M_0 \hat{\varphi} \quad I'_m = M_0 (2\pi r - d)$$

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \oint \vec{H} d\vec{\ell} = I'_m \quad \text{entered} \quad \vec{H} = 0$$

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \int_{c_1} \vec{H}_I d\vec{\ell} + \int_{c_2} \vec{H}_{II} d\vec{\ell} = 0$$

$$H_I \rightarrow \cos \theta' H_I (2\pi r - d) + H_{II} d \cos \theta = 0$$

$$H_{II} \rightarrow \cos \theta' H_{II} \quad -101$$

$$\vec{B} \text{ se conserve} \quad \vec{B}_I = \vec{B}_{II} \quad \text{no es lineal}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{on el interior}$$

Como le frontera es 1 al campo H no se conserva

$$\vec{B}_I = \mu_0 (\vec{H}_I + \vec{H}) \quad \text{en el vacio} \quad \vec{B}_{II} = \mu_0 \vec{H}_{II}$$

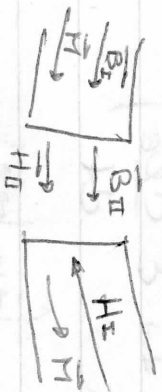
$$\vec{B}_I - \vec{H} = \vec{H}_I \quad \mu_0 \vec{H}_{II} - \vec{H} = \vec{H}_I$$

$$\text{como } \vec{B}_I = \vec{B}_{II} \quad H_{II} - H_I = M_0 \quad H_{II} = H_I + M_0$$

$$H_I (\cancel{2\pi r - d}) + \cancel{H_I d} + M d = 0$$

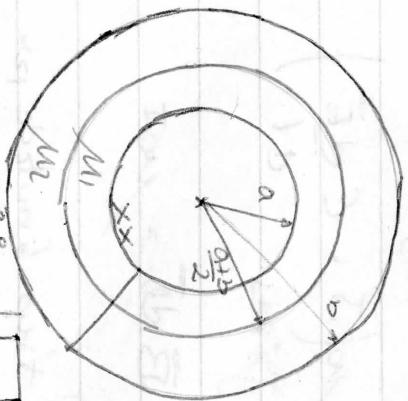
$$H_I = \frac{-M d}{2\pi r} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{essentielle} \\ \text{chiquette} \end{array} \right.$$

$$H_{II} = H_I + M_0 = \frac{-M d}{2\pi r} + M_0 = M_0 \left(1 - \frac{d}{2\pi r} \right) > 0$$



En el entrehierno H cambia de signo
 $\vec{B}_{II} = \mu_0 \vec{H}_{II} \quad (|\vec{H}_{II}| > |\vec{H}_I|)$

Energía Magnética Almacenada



$$U = \int_V \mu_B dv \quad \text{materiales} \quad \mu_B = \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2}$$

$$\mu_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \Rightarrow \mu_B = \frac{1}{2\mu} B^2$$

no se rompe la simetría del sistema

$$U_B = U_{BI} + U_{BII} = \int_{V_I} \mu_{BI} dv + \int_{V_{II}} \mu_{BII} dv$$

$$\oint \vec{B}_I d\vec{\ell} = \mu I_{\text{total}}$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_I &= \mu_1 \vec{H}_I & \vec{B}_{II} &= \mu_2 \vec{H}_{II} \\ \vec{B}_I &= \frac{\mu_1 N I}{2\pi r} \hat{\varphi} & \vec{B}_{II} &= \frac{\mu_2 N I}{2\pi r} \hat{\varphi} \end{aligned} \quad \oint \vec{H} d\vec{\ell} = I \rho \quad H_I 2\pi r = N I$$

$$H_I = \frac{N I}{2\pi r} = H_{II}$$

$$U_B = \int_{V_I} \frac{1}{2\mu_1} \frac{\mu_1^2 N^2 I^2}{(2\pi r)^2} dv + \int_{V_{II}} \frac{1}{2\mu_2} \frac{\mu_2^2 N^2 I^2}{(2\pi r)^2} dv$$

$$U_B = \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{3a}{2}} \frac{1}{2\mu_1} \frac{\mu_1^2 N^2 I^2}{(2\pi r)^2} (b-a) 2\pi r dr + \int_{\frac{3a}{2}}^{\frac{5a}{2}} \frac{1}{2\mu_2} \frac{\mu_2^2 N^2 I^2}{(2\pi r)^2} 2\pi r (b-a) dr$$

$$U_B = \frac{N^2 I^2 (b-a)}{4\pi} \left(\mu_1 \ln \left(\frac{a+b}{2a} \right) + \mu_2 \ln \left(\frac{2b}{a+b} \right) \right)$$

Ecuaciones de Maxwell

$$(1) \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{qn}{\epsilon_0} \quad // \quad (3) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \nexists \text{ monopolos magnéticos}$$

$$(2) \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad // \quad (4) \oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon \frac{d\phi_E}{dt} \right)$$

$$(1) \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_n}{\epsilon_0} \quad // \quad (2) \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \, dV$$

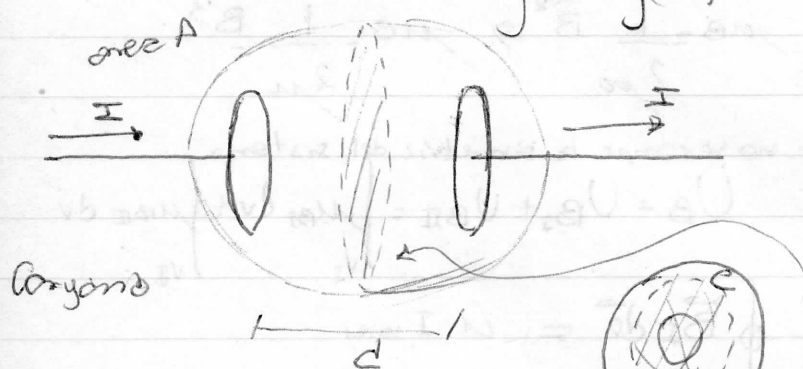
$$(2) \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (4) \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} \, dS = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{n} \, dS$$

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Asup. limitada por la curva C

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$



$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_D) \quad // \quad \text{Ley de Ampere - Maxwell}$$

$$I_D = \frac{d\phi_D}{dt} = \epsilon \frac{d\phi_E}{dt}$$

corriente de desplazamiento

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I + \epsilon \frac{d\phi_E}{dt} \right)$$

Puedo crear un B por un E que varía con el tiempo.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_D)$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_v}{\epsilon_0}} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_v (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dv = \frac{q_v}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dq}{dv} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s}} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = \oint_s (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} ds = -\frac{d}{dt} \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$$

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_v (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) dv = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

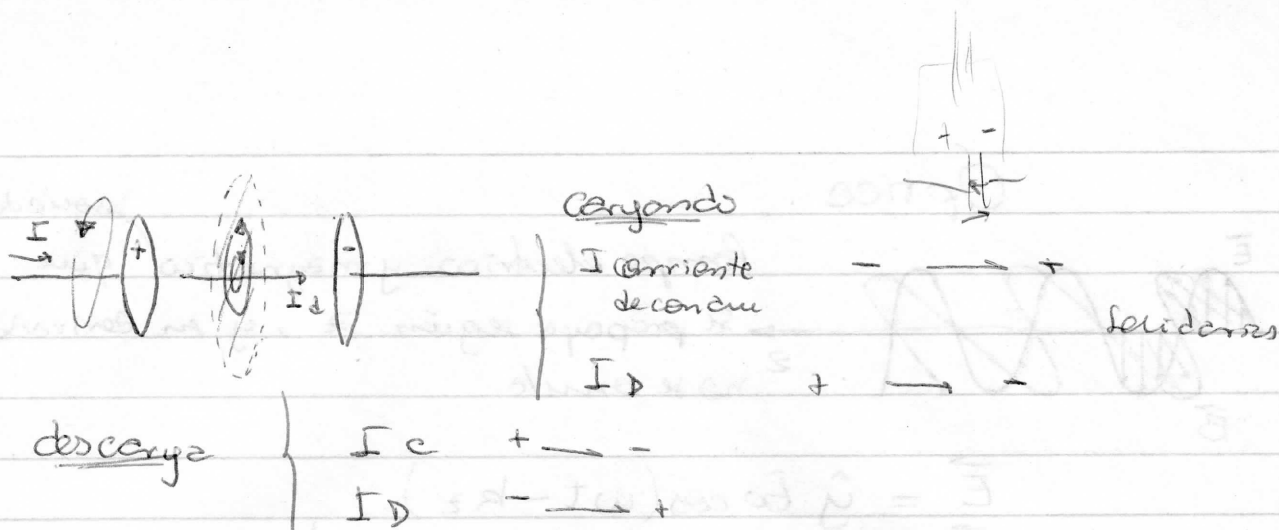
$$\Rightarrow \boxed{\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \left(I + \epsilon \frac{d}{dt} \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} \right)}$$

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint_s (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} ds = \mu_0 I + \epsilon \frac{d}{dt} \oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} ds$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \frac{dI}{ds} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}}{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}}$$

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = \oint_s (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} ds \quad \text{Théorème de Stokes}$$

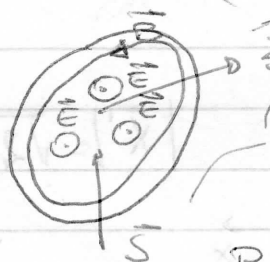
$$\oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} ds = \oint_v (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dv \quad \text{Théorème de Gauss (ou de Divergence)}$$



Cuando se descarga $I_c = 0$ entonces $I_D = 0$ porque $\frac{dE}{dt}$

Vector de Poynting (radial)
Potencia
Energía por unidad de área disipada toda vez que hay cambio de campo B con el tiempo.

$$\vec{S} = \frac{(\vec{E} \times \vec{B})}{\mu_0} \quad \parallel \quad \vec{S} = \left(\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \right) \parallel$$



El sentido depende de si carga o descarga
pérdida de energía del tipo electromagnética.

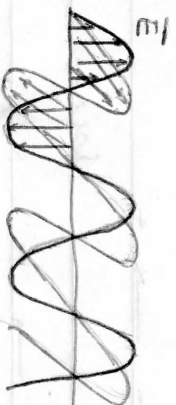
$$\begin{aligned} \vec{B}(t) & \text{ y } \vec{E}(t) \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \quad \vec{J} = 0 \\ \nabla \times \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \nabla \times \vec{E} \\ \nabla \times \nabla \times \vec{B} &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 \vec{B}}{dz^2} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2} \quad \text{ecu. diferencial}$$

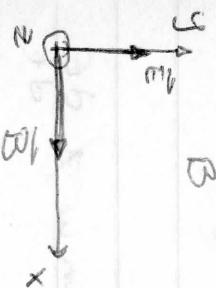
$$\begin{aligned} B(z, t) &= B_0 \cos(\omega t - kz) \\ -k^2 B_0 \cos(\omega t - kz) &= -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 B_0 \cos(\omega t - kz) \end{aligned}$$

$$\frac{\omega}{k} \text{ velocidad de fase} \quad \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c = 3 \times 10^8$$

Optica



campo eléctrico y magnético que se propaga según z , y su derivada no se anula.



$$\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos(\omega t - k z)$$

$$\vec{B} = \hat{x} B_0 \cos(\omega t - k z + \phi)$$

Trabajaremos sin $\vec{B}$ y supondremos ondas

estacionarias. Heblores de funciones temporales divididos de la función espacial.

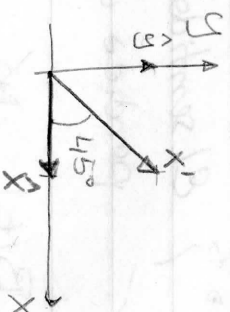
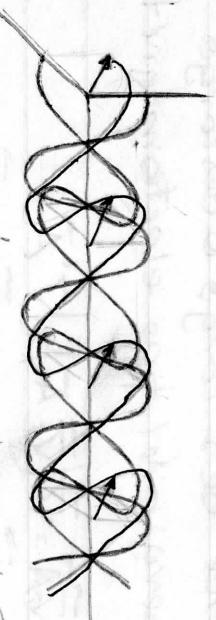
$$\omega = 2\pi f$$

$$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos(\omega t) + \hat{y} E_0 \cos(\omega t + \phi) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$S \neq 0$$

$$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \cos \omega t$$

$$\vec{E} = (\hat{x} + \hat{y}) E_0 \cos \omega t$$



$$|\vec{x}'| = \sqrt{2}$$

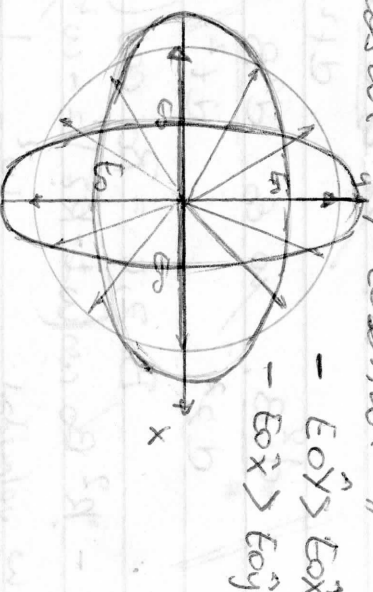
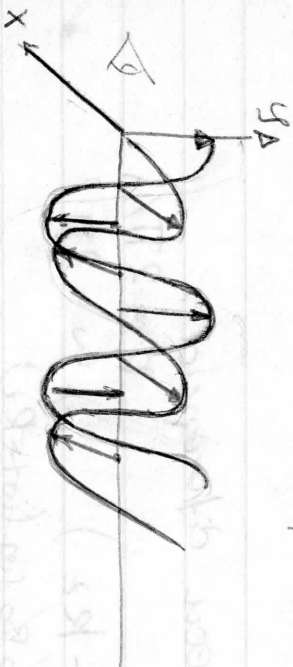
las linealmente Polarizada LLP

Confinada a un plano (xy en este caso, formando 45°)
Plano dirección de propagación y dirección del campo.

$$\vec{E} = \hat{x}' \sqrt{2} E_0 \cos \omega t$$

$$\phi = \pi/2 \quad \vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$\cos(\omega t + \pi/2) = -\sin \omega t \quad \vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t - \hat{y} E_0 \sin \omega t$$



LCPI LCPD

Luz circularmente Polarizada

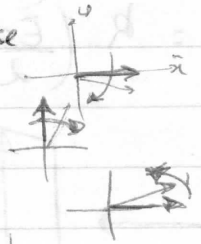
Si $E_0 \hat{x} + E_0 \hat{y}$ aparece una elipse

LCPI } $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t - \hat{y} E_0 \sin \omega t$

LCPI } $\vec{E} = \hat{x} E_0 \sin \omega t + \hat{y} E_0 \cos \omega t$

LCPD } $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t$

LCPD } $\vec{E} = \hat{x} E_0 \sin \omega t - \hat{y} E_0 \cos \omega t$



LEP funciones cos y sen a ambas lados sin desfase entre si

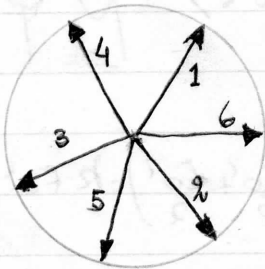
Si $\phi = \phi' / \phi' \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \text{etc.}$

LEP $\Rightarrow \vec{E} = \hat{x} E_0'' \cos \omega t + \hat{y} E_0'' \cos (\omega t + \phi)$

Luz Monocromática: con una única λ y una única ω

Luz Blanca: gran gama de λ

Luz Natural



No se puede expresar en ecuaciones ya que la amplitud es variable.

$$\langle F \rangle \Delta t = \int_0^{\Delta t} F(t) dt$$

Intensidad de la Luz

$I = \langle S \rangle$ valor medio del vector Poynting

$$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\langle F \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T F dt$$

$E = cB$ eq de Maxwell

Velocidad de la luz

$$\langle S \rangle = \frac{1}{c \mu_0} \langle E^2 \rangle \quad \langle \cos^2 \omega t \rangle = 1/2 \quad \langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2 \quad \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$$

$$\langle S \rangle = \frac{1}{c \mu_0} \frac{E_0^2}{2} \quad \left\| R = \frac{1}{c \mu_0} \right\| \quad \langle \cos \omega t \cos (\omega t + \phi) \rangle = ?$$

depende de ϕ

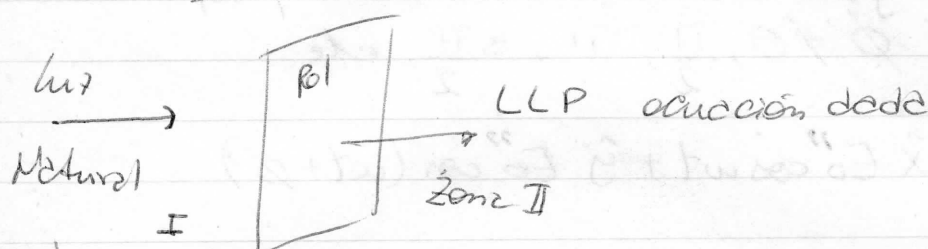
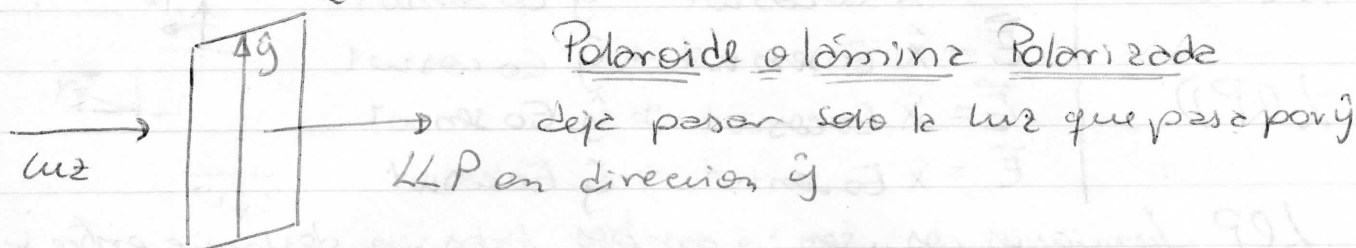
$$\langle S \rangle = R \langle E_x^2 \rangle = I$$

$$E = h \nu = \hbar \omega$$

$$I = k (\langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle) \quad // \quad \vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t$$

$$I = k (\langle E_0^2 \cos^2 \omega t \rangle + \langle E_0^2 \sin^2 \omega t \rangle) \quad // \quad I(\text{escalar}) = I_x + I_y //$$

$$I = k \left(\frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \right) = k E_0^2$$



(I) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$

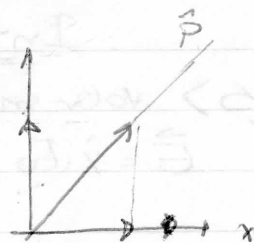
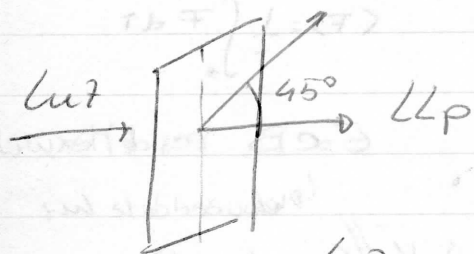
(II) $\vec{E} = 0 \quad \underline{I = 0}$

(I) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos \omega t \quad I = k \langle E_0^2 \cos^2 \omega t \rangle$

(II) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos \omega t \quad I = \frac{k E_0^2}{2}$

Luz $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t \quad // \quad I = k \left(\frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \right) = k E_0^2$

(II) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \sin \omega t \quad // \quad I = \frac{k E_0^2}{2}$



Luz $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t \quad // \quad I = \frac{k E_0^2}{2}$

Zona (II) $\vec{E} = \hat{P} \frac{E_0 \sqrt{2}}{2} \cos \omega t$

La intensidad siempre se viene a la mitad

Segun y

$$(I) \quad I = k \left(\frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \right) = k E_0^2$$

$$(II) \quad I = k \left(\frac{E_0^2}{4} + \frac{E_0^2}{4} \right) = \frac{k E_0^2}{2}$$

Una luz LCP al pasar por un polaroide disminuye su intensidad inicial a la mitad

LN, LCPD o LCPF

$$I_{II} = \frac{I_I}{2}$$

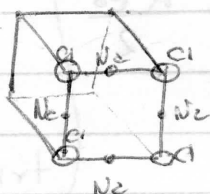
Láminas Birrefringentes

Dependen de la calidad del material.

Isotropos: Todas las direcciones son iguales.

(agua, sel)

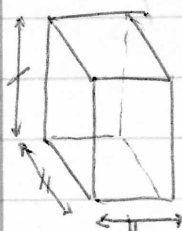
No tiene preferencia en la dirección.



índice de refracción

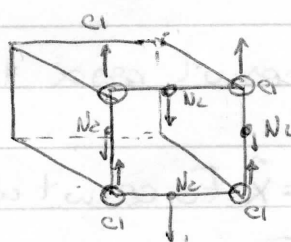
Anisótropos: Tiene dos índices de refracción; son birrefringentes.

Depende de la ubicación del cristal, lo que ya veo.



tetragonales

eje rápido & eje lento



ejemplo

los materiales ferroeléctricos

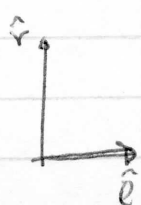
eje rápido → la luz viaja más rápido con respecto al otro eje

eje lento → la luz viaja más lento con respecto al otro eje

en el eje lento la luz se retrasa un δ con respecto al otro eje

$$\phi = \frac{2\pi R}{\lambda}$$

λ = longitud de onda (4000-7000) Å (rojo-violeta)
a mayor λ menor energía.



R es el retardo de la lámina (Å). Const. o característica de la lámina.

$$R = l \cdot \Delta n \quad \Delta n = |n_r - n_f|$$

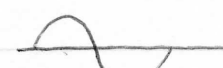
$l \Rightarrow$ distancia que tiene que recorrer la luz dentro de el.

$\Delta n \Rightarrow$ diferencia de los índices de refracción. Depende del material

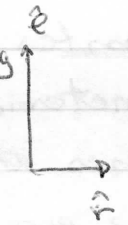
El índice de refracción no depende de la masa.

El R depende de la forma, dimensiones (l) y el material (Δn)

- | | |
|--|---|
| 1 $\rightarrow$ lámina de onda entera | } dependiendo tambien de λ . En especificos para cada λ |
| 2 $\rightarrow$ lámina de medio onda | |
| 3 $\rightarrow$ lámina de cuarto de onda | |
| 4 $\rightarrow$ otras láminas | |

(1)  $\varphi = 2\pi n$

$\varphi = \frac{2\pi n \lambda}{\lambda}$



a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$ solo pasa por el eje rápido $I = \frac{k E_0^2}{2}$

d) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$ $I = \frac{k E_0^2}{2}$

a) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos \omega t$ $I = \frac{k E_0^2}{2}$

d) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos(\omega t - \varphi)$ $I = \frac{k E_0^2}{2}$

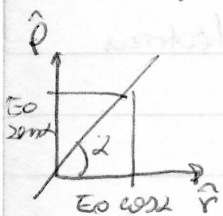
a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \cos \omega t \sin \alpha$

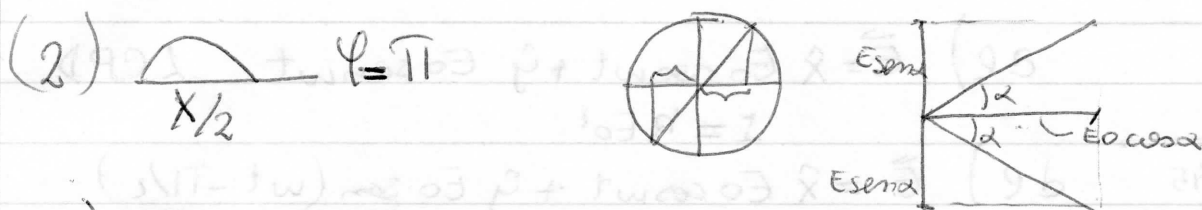
d) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \cos(\omega t - \varphi) \sin \alpha$ genérico

$\varphi = 2\pi n$

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \sin \alpha \cos \omega t$

La lámina de onda entera no modifica nada.





a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \cos \omega t \sin \alpha$

d) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \cos (\omega t - \pi) \sin \alpha$

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha - \hat{y} E_0 \cos \omega t \sin \alpha$ Lineal

$\angle \angle P \xrightarrow{\pi} \angle \angle P$ (simetrizada respecto al eje $\hat{r}$ pido)

a) $I = \frac{k E_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + \frac{k E_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{k E_0^2}{2}$

d) $I = k \left(\langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle \right) = \frac{k E_0^2}{2}$

Una lámina birrefringente no disminuye la intensidad.

a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t$ LCPD

$I = k \left(\frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \right) = k E_0^2$

d) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin (\omega t - \pi)$

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t - \hat{y} E_0 \sin \omega t$ LCPD

$I = k E_0^2$

Lámina de media onda no modifica la naturaleza de la luz; cambia su dirección. No modifica su identidad.

(3)

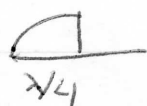
a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \alpha \cos \omega t + \hat{y} E_0 \cos \omega t \sin \alpha$

$I = \frac{k E_0^2}{2}$

d)

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \cos (\omega t - \pi/2) \sin \alpha$

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t \cos \alpha + \hat{y} E_0 \sin \omega t \sin \alpha$



$\angle \angle P \xrightarrow{\pi/2}$

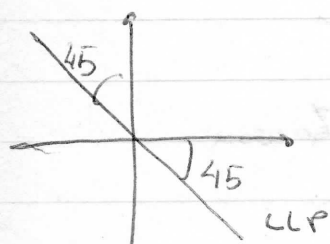
$\angle \angle P \Rightarrow$ si $\alpha = 45^\circ$ $\alpha = \hat{r} \text{ luz}$

$\angle \angle P \Rightarrow$ si $\alpha = 0^\circ$ $\alpha = 90^\circ$

$\angle \angle P \Rightarrow$ otro caso

otro caso cambia en $\hat{r}$ y $\hat{e}$

$I = \frac{k E_0^2}{2}$



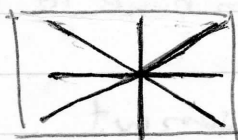
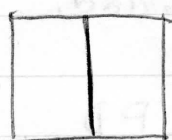
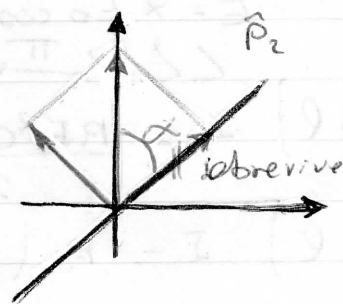
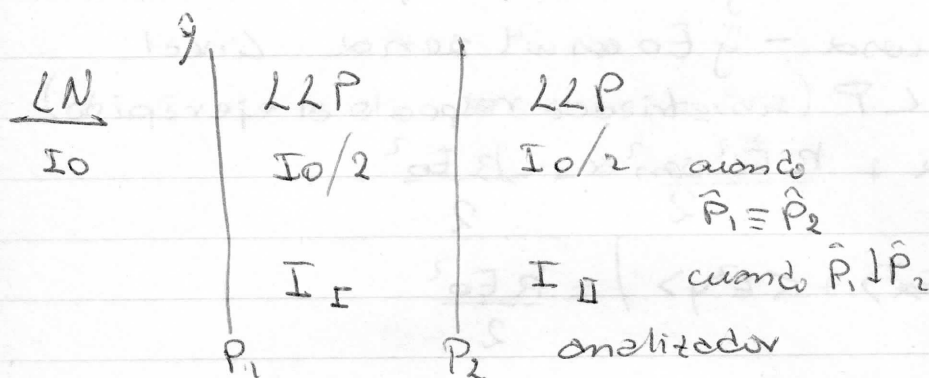
a) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t$ LCPD

$I = k E_0^2$

d) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin(\omega t - \pi/2) = -\cos \omega t$

$\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \cos \omega t$

$I = k E_0^2$

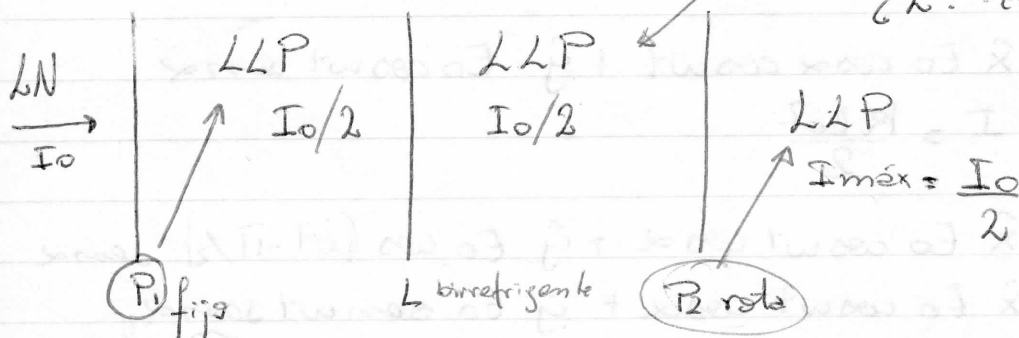


de frente

(I) $\vec{E} = \hat{y} E_0 \cos \omega t$ $I = k \langle E_y^2 \rangle = k \frac{E_0^2}{2} = \frac{I_0}{2}$
 $k E_0^2 = I$

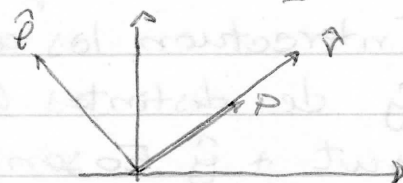
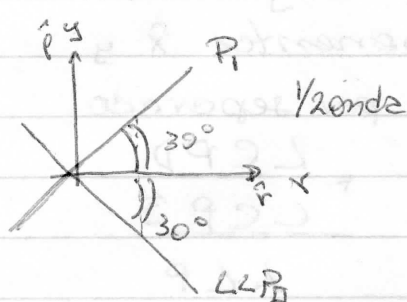
(II) $\vec{E} = \hat{P}_2 E_0 \cos \omega t \cos \alpha$ $I_{II} = \frac{k E_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$
 $\parallel I_{II} = \frac{I_0 \cos^2 \alpha}{2} \parallel$ α es el ángulo entre los dos polarizadores

Expresión analítica



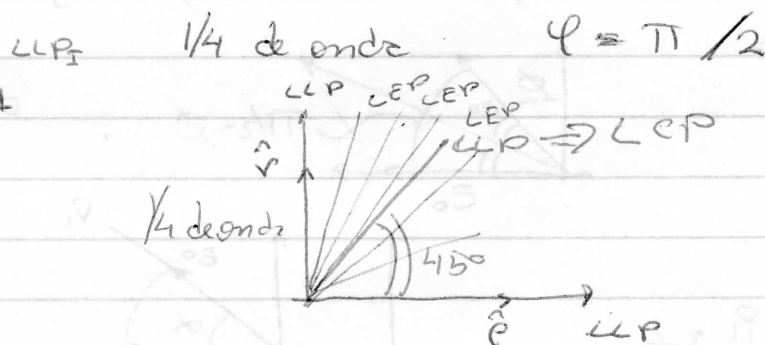
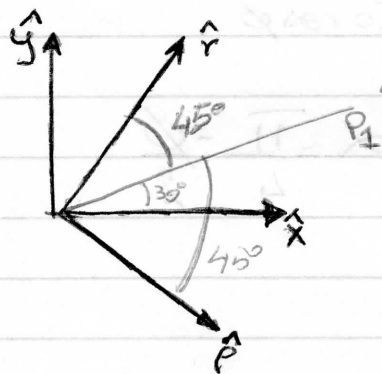
LCP y LEP nunca tienen un mínimo nulo
 La luz debe ser LLP de modo de tener un mínimo nulo

- onda entera $\varphi = 2\pi$ LLP_{II} dirección P_1
 → media onda $\varphi = \pi$ LLP_{II} dirección depende de $\hat{r}$ y $\hat{e}$



- cualquier φ con $\hat{P}_1 \equiv \hat{r}$ o $\hat{P}_1 \equiv \hat{e}$
 no me modifica nada, el no producir un desfase.

	I	II	III	Intensidad no
$\frac{LN}{I_0}$	LLP $I_0/2$	LCP $I_0/2$	LLP $I_0/4$	tiene máximos mínimos $\neq 0$
	P_1	L	P_2	



Interferencia

Interacciones ópticas entre componentes iguales, de luces diferentes. Interacción las componentes $\hat{x}$ y las componentes $\hat{y}$ de distintas luces por separado.

I) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \omega t$ LCPD

II) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \sin \omega t + \hat{y} E_0 \cos \omega t$ LCPI

LLP

$\vec{E}_r = \hat{x} E_0 (\cos \omega t + \sin \omega t) + \hat{y} E_0 (\sin \omega t + \cos \omega t)$

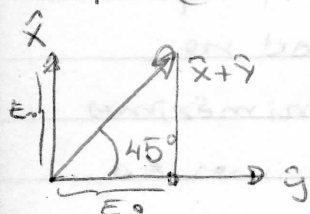
$\vec{E}_r = (\hat{x} + \hat{y}) E_0 (\cos \omega t + \sin \omega t)$ LLP

función periódica

$\omega t = 0$ si $\phi = 0$

I) $\vec{E} = \hat{x} \cdot E_0$

II) $\vec{E} = \hat{y} \cdot E_0$

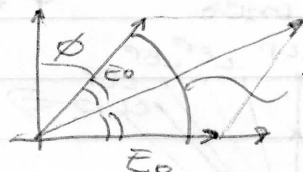
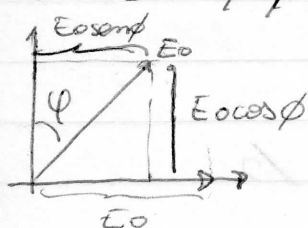


si $\phi \neq 0$

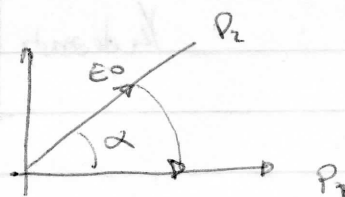
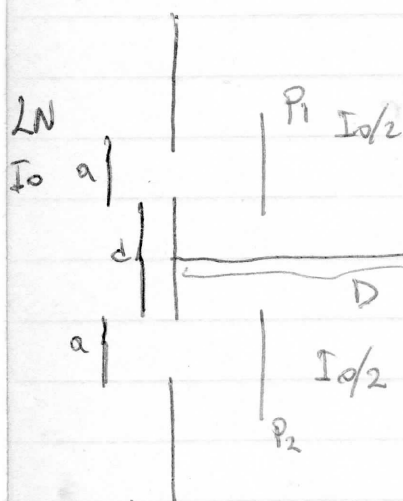
$\omega t = 0$

I) $\vec{E} = \hat{x} E_0$

II) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \sin \phi + \hat{y} E_0 \cos \phi$



$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$

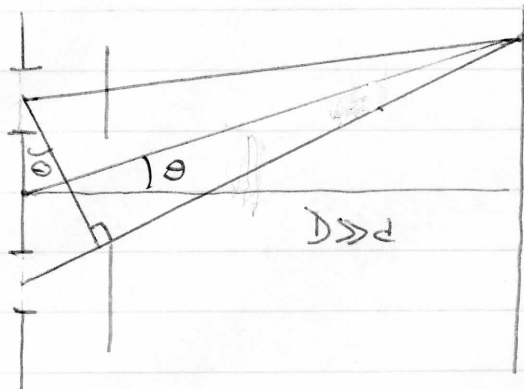


① dp) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$
 $I = \frac{k E_0^2}{2}$ $k E_0^2 = I_0$

② $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \alpha \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \alpha \cos \omega t$
 $I = k [\langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle]$ $I = \frac{k E_0^2}{2}$

dp1) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$

dp2) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \alpha \cos \omega t + \hat{y} E_0 \sin \alpha \cos \omega t$



$$\text{dif. caminos} = d \sin \theta$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad \text{radianes}$$

desfase que da la dif. de caminos

dp1) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \omega t$

dp2) $\vec{E} = \hat{x} E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi) +$
 $-\hat{y} E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi)$

Pantalla $\vec{E} = \hat{x} E_0 [\cos \omega t + \cos \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi)] + \hat{y} E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi)$

$$I = R [\langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle]$$

$$\langle E_x^2 \rangle = E_0^2 \langle \cos^2 \omega t + \cos^2 \alpha \cos^2(\omega t - \Delta \varphi) + 2 \cos \omega t \cos \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi) \rangle$$

$$= E_0^2 \left(\underbrace{\langle \cos^2 \omega t \rangle}_{1/2} + \underbrace{\langle \cos^2 \alpha \cos^2(\omega t - \Delta \varphi) \rangle}_{1/2} + \langle 2 \cos \omega t \cos \alpha \cos(\omega t - \Delta \varphi) \rangle \right)$$

$$= E_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos^2 \alpha}{2} + \langle 2 \cos \omega t (\cos \omega t \cos \Delta \varphi + \sin \omega t \sin \Delta \varphi) \cos \alpha \rangle \right)$$

$$= E_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos^2 \alpha}{2} + \underbrace{\langle 2 \cos^2 \omega t \rangle}_{1/2} \cos \Delta \varphi \cos \alpha + 2 \cos \omega t \sin \omega t + \sin \Delta \varphi \cos \alpha \right)$$

$$\langle E_x^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha + 2 \cos \Delta \varphi \cos \alpha)$$

$$\langle E_y^2 \rangle = E_0^2 \sin^2 \alpha \langle \cos^2(\omega t - \Delta \varphi) \rangle = \frac{E_0^2}{2} \sin^2 \alpha$$

$$I = R \langle E_x^2 \rangle + R \langle E_y^2 \rangle = \frac{R E_0^2}{2} (1 + \underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1 + 2 \cos \Delta \varphi \cos \alpha)$$

$$I = R E_0^2 (1 + \cos \Delta \varphi \cos \alpha) \Rightarrow \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$